

SÉRIE A,
N° 2768
N° D'ORDRE :
3641

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES
DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES PHYSIQUES

PAR

GEORGES WEILL

1^{re} THÈSE. — ÉTUDE D'UN PROBLÈME DE DIFFRACTION DES ONDES ÉLECTROMAGNÉTIQUES
DE SURFACE. APPLICATION A LA THÉORIE DE L'ANTENNE DIÉLECTRIQUE.

2^e THÈSE. — PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ.

Soutenues le 29 mars 1955 devant la commission d'examen.

M. L. de BROGLIE, *Président.*

M. GRIVET, }
M. MARÉCHAL, } *Examineurs.*

PARIS

GAUTHIER-VILLARS, ÉDITEUR-IMPRIMEUR-LIBRAIRE
Quai des Grands-Augustins, 55

1955

SÉRIE A,
N° 2768
N° D'ORDRE :
3641

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES
DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES PHYSIQUES

PAR

GEORGES WEILL

1^{re} THÈSE. — ÉTUDE D'UN PROBLÈME DE DIFFRACTION DES ONDES ÉLECTROMAGNÉTIQUES
DE SURFACE. APPLICATION A LA THÉORIE DE L'ANTENNE DIÉLECTRIQUE.

2^e THÈSE. — PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ.

Soutenues le 29 mars 1955 devant la commission d'examen.

M. L. de BROGLIE, *Président.*
M. GRIVET, }
M. MARÉCHAL, } *Examineurs.*

PARIS

GAUTHIER-VILLARS, ÉDITEUR-IMPRIMEUR-LIBRAIRE
Quai des Grands-Augustins, 55

1955

FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

Doyen..... J. PÈRES.

PROFESSEURS

G. JULIA.....	T	Analyse supérieure et Algèbre supérieure.	SOLEILLET.....	T	Physique.
A. DENJOY.....	T	Théorie des Fonctions.	FORTIER.....	T	Mécanique expérimentale des fluides.
L. LUTAUD.....	T	Géographie physique et géologie dynamique.	DANJON.....	T	Astronomie.
E. DARMOIS.....	T	Enseignement de Physique.	FROMAGEOT.....	T	Chimie biologique.
ROBERT LÉVY.....	T	Physiologie comparée.	LAPORTE.....	T	Physique générale et Radio-activité.
FOCH.....	T	Mécanique physique et expérimentale.	JANET.....	T	Mécanique analytique et Mécanique céleste.
PAUTHENIER.....	T	Électrotechnique générale.	PETIT.....	T	Biologie maritime.
DE BROGLIE.....	T	Théories physiques.	QUENEY.....	T	Météorologie et dynamique atmosphérique.
JOB.....	T	Chimie générale.	GALLIEN.....	T	Embryologie.
PRENANT.....	T	Anatomie et Histologie comparées.	EICHHORN.....	T	Biologie végétale (P. C. B.).
GARNIER.....	T	Géométrie supérieure.	DE CUGNAC.....	T	Biologie végétale (P. C. B.).
PÈRES.....	T	Mécanique des fluides et applications.	M ^{lle} CAUCHOIS.....	T	Chimie-Physique.
LAUGIER.....	T	Physiologie générale.	THELLIER.....	T	Physique du Globe.
M. CURIE.....	T	Physique (P. C. B.).	AUDUBERT.....	T	Électrochimie.
VALIRON.....	T	Calcul différentiel et Calcul intégral.	L'HÉRITIER.....	T	Génétique.
BARRABÉ.....	T	Géologie structurale et Géologie appliquée.	GRIVET.....	T	Radioélectricité.
G. DARMOIS.....	T	Calcul des probabilités et Physique mathématique.	PONCIN.....	T	Mécanique des Fluides.
JACQUES BOURCART.....	T	Géographie physique et Géologie dynamique.	THIRY.....	T	Mécanique appliquée.
M ^{me} JOLIOT-CURIE.....	T	Physique nucléaire et radio-activité.	DUBREIL.....	T	Arithmétique et théorie des nombres.
PLANTEFOL.....	T	Botanique.	QUELET.....	T	Chimie organique.
CABANNES.....	T	Recherches physiques.	CAGNIARD.....	T	Géophysique appliquée.
GRASSE.....	T	Évolution des êtres organisés.	CHAMPETIER.....	T	Chimie macromoléculaire.
PRÉVOST.....	T	Chimie organique.	CUVILLIER.....	T	Géologie structurale et Géologie appliquée.
BOULIGAND.....	T	Application de l'analyse à la Géométrie.	JUNG.....	T	Pétrographie.
CHAUDRON.....	T	Chimie appliquée.	TRILLAT.....	T	Chimie-Physique.
WYART.....	T	Minéralogie.	WIEMANN.....	T	Chimie (M. P. C.).
TEISSIER.....	T	Zoologie.	JACQUINOT.....	T	Spectroscopie et Physique céleste.
MANGENOT.....	T	Biologie végétale.	VASSY.....		Physique de l'Atmosphère.
P. AUGER.....	T	Physique quantique et relativité.	DESTOUCHES.....		Théories physiques.
MONNIER.....	T	Physiologie des fonctions.	PRUVOST.....	T	Géologie.
PIVETEAU.....	T	Géologie.	AMIEL.....	T	Chimie (P. C. B.).
ROCARD.....	T	Physique (E. N. Supérieure).	HOCART.....	T	Minéralogie.
H. CARTAN.....	T	Mathématiques (E. N. Supérieure).	J.-P. MATHIEU.....	T	Physique (P. C. B.).
LAFFITTE.....	T	Chimie générale.	COUTEAUX.....		Biologie animale (P. C. B.).
FAVARD.....	T	Mécanique générale.	MAY.....		Biologie animale (P. C. B.).
COULOMB.....	T	Physique du Globe.	CHOQUET.....	T	Calcul différentiel.
M ^{lle} COUSIN.....	T	Biologie animale (P. C. B.).	FELDMANN.....		Biologie (P. C. B.).
CHRÉTIEN.....	T	Chimie minérale.	GUINIER.....	T	Physique (P. C. B.).
P. DRACH.....	T	Zoologie.	JOST.....	T	Biologie (P. C. B.).
KASTLER.....	T	Physique.	FORTET.....	T	Calcul des probabilités.
EPHRUSSI.....	T	Génétique.	SCHWARTZ.....	T	Méthode mathématique de la Physique.
WURMSER.....	T	Biologie physico-chimique.	CHOUARD.....	T	Physiologie végétale.
RIVIÈRE.....	T	Géologie (S. P. C. N.).	MALAVARD.....	T	Aviation.
GAUTHERET.....	T	Biologie végétale (P. C. B.).	BRELOT.....	T	Calcul différentiel.
LUCAS.....	T	Physique.	NORMANT.....	T	Chimie (P. C. B.).
A. THOMAS.....	T	Biologie cellulaire.	BENARD.....		Chimie (P. C. B.).
ARNULF.....	T	Optique appliquée.	BUVAT.....		Botanique (E. N. S.).
MAX MORAND.....		Physique.	DUGUÉ.....		Statistique mathématique.
			GELOSO.....		Chimie (P. C. B.).
			SOULAIRAC.....		Psychophysiologie.
			ULRICH.....		Physiologie végétale.
			MARÉCHAL.....		Optique théorique et appliquée.
			KIRRMANN.....	T	Théories Chimiques.

Secrétaire..... CH. MONIER.



PREMIÈRE THÈSE

ÉTUDE D'UN PROBLÈME DE DIFFRACTION DES ONDES ÉLECTROMAGNÉTIQUES DE SURFACE. APPLICATION A LA THÉORIE DE L'ANTENNE DIÉLECTRIQUE

SOMMAIRE. — Après avoir rappelé les travaux de Goubau sur la propagation sans atténuation par ondes guidées et ondes de surface, l'auteur rappelle les divers types d'ondes de surface correspondant aux structures usuelles. Chaque mode de propagation peut être caractérisé par une « impédance modale de surface ». La couche de diélectrique d'épaisseur uniforme disposée sur un plan conducteur permet d'introduire le concept d'onde captive et de calculer la vitesse effective de propagation. L'analogie entre ce problème et celui de la « surface dentelée ou striée » (corrugated surface) est ensuite mise en évidence. L'utilisation de cette dernière comme antenne est examinée. Les limitations des performances d'aériens de ce genre sont discutées; l'auteur montre que l'on peut s'en affranchir en altérant la régularité de la structure. La diffraction de l'onde de surface par un obstacle est étudiée dans le cas d'une discontinuité de permittivité, ou d'impédance de surface.

Par la méthode de la fonction de Green, on peut tirer d'une équation de Wiener-Hopf les paramètres caractéristiques de la discontinuité ainsi que le diagramme de rayonnement. L'auteur développe ensuite les méthodes utilisées et les résultats expérimentaux obtenus dans la mesure de la phase le long d'une ligne à caractéristiques variables. Il insiste sur un type de diélectrique artificiel particulièrement intéressant pour la constitution d'aériens. Certaines anomalies dans la vitesse de phase, que l'on retrouve dans les antennes losange, sont ainsi mises en évidence.

Il indique également les performances de maquettes à rayonnement longitudinal, dont les dimensions atteignent 80 longueurs d'onde.

L'auteur passe enfin en revue des aériens réalisés sur ce principe à la Compagnie Générale de T.S.F. (aériens de type « semelle » et « cigare »).

SUMMARY. — After mentioning Goubau's work on propagation without attenuation by guided waves and surface waves, the author recalls the various types of surface waves corresponding to usual structures. Each mode of propagation can be characterised by a modal surface impedance. The dielectric slab of uniform thickness laid on a conducting plane introduces the "trapped wave" concept, and allows computation of the effective propagation velocity. Analogy between this problem and that of the corrugated surface is then brought out. The author examines the use as aerials of corrugated surfaces and discusses some of their limitations; he shows that these can be overcome by introducing structural irregularities.

Diffraction of a surface wave by an obstacle is studied in the particular case of a discontinuity in the permittivity or surface impedance.

Using Green function methods, it is shown that the characteristic parameters of a discontinuity as well as the radiation pattern can be derived from one integral equation of the Wiener-Hopf type. The author then develops the methods used and the experimental results obtained when measuring phase along a line with variable characteristics; he lays stress on the case of an artificial dielectric of special interest in respect of aerial design.

Certain phase velocity anomalies observed on rhombic aeralis are thus brought out.

The characteristics of experimental end fire models (80 wavelengths long) are given.

Finally the author describes some aeralis built on this principle by the "Compagnie Générale de Télégraphie sans Fil" ("semelle" — sole — and "Cigare" — cigar type aeralis).

1. VOLUMES DIÉLECTRIQUES ET ONDES DE SURFACE.

1.1. Introduction.

C'est en 1899 que A. Sommerfeld [1] a montré qu'un conducteur de conductivité finie, en forme de cylindre de révolution indéfini, pouvait servir de guide à des ondes électromagnétiques. Une onde de surface cylindrique ne produisant aucun rayonnement, très peu atténuée dans la direction de propagation, était ainsi mise en évidence. Une ligne unifilaire ainsi constituée peut servir comme ligne de transmission d'énergie électromagnétique, l'énergie à transmettre étant localisée principalement dans le diélectrique entourant la ligne et au voisinage de celle-là.

Hondros [2] a étudié des modes de propagation plus complexes, mais c'est à Goubau [3] que revient le mérite d'avoir montré expérimentalement en 1950 la possibilité d'exciter une onde de surface cylindrique au voisinage du conducteur central d'un coaxial dont le conducteur extérieur s'évase en un cône conique (fig. 1).

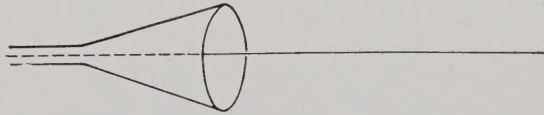


Fig. 1.

Goubau a mis l'accent sur l'affaiblissement particulièrement réduit dans la direction de propagation.

Cependant, il arrive que dans certains cas l'énergie ne se trouve pas suffisamment concentrée au voisinage de la ligne, la diffraction par des objets trop rapprochés étant alors la principale source de pertes par rayonnement.

C'est pourquoi Goubau suggère d'augmenter la concentration de l'énergie à proximité du conducteur :

- en recouvrant ce dernier d'une mince couche de diélectrique;
- en striant la surface lisse du conducteur par un filetage peu profond.

Nous donnons ci-dessous quelques courbes de Goubau.

La figure 2 donne en fonction de la fréquence le rayon du cylindre coaxial avec la ligne où sont concentrés 50 ou 75 % de la puissance propagée (a est le rayon du conducteur). Sur la figure 3, on représente la même quantité rapportée cette fois au rayon a' du cylindre à surface modifiée, en fonc-

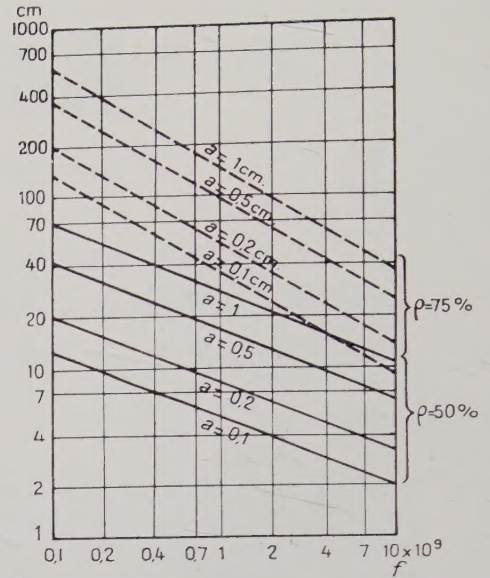


Fig. 2.

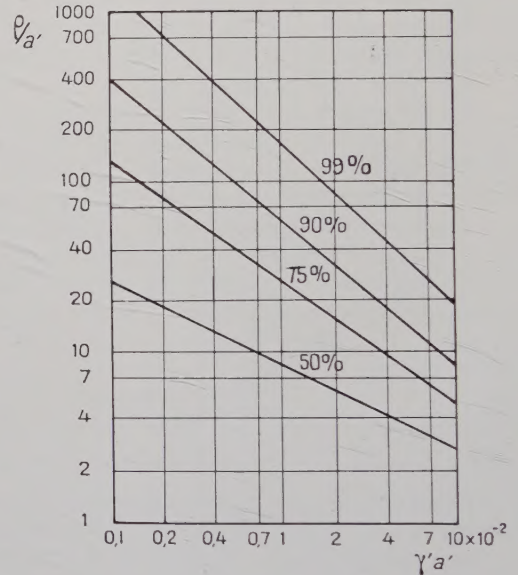


Fig. 3.

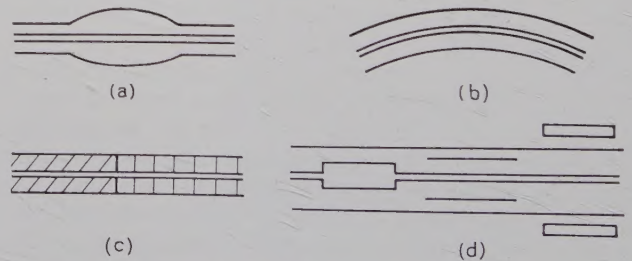


Fig. 4.

tion de $\gamma'a'$, avec γ' constante radiale de propagation.

Les pertes par rayonnement peuvent apparaître lorsqu'on crée des discontinuités sur une ligne de Goubau (fig. 4) :

- a. par modification du rayon de la section droite;
- b. par courbure du cylindre;
- c. par modification de la nature de la couche diélectrique;
- d. par introduction d'obstacles dans la couche diélectrique ou à son voisinage (Goubau cite en particulier l'influence des gouttes de pluie).

Les propriétés de transmission de la ligne de Goubau étant ainsi bien connues, nous nous proposons d'étudier les pertes par rayonnement en vue de leur application à l'étude des antennes diélectriques.

1.2. Trois formes d'onde de surface.

Les milieux considérés ici sont des conducteurs parfaits et des diélectriques parfaits, c'est-à-dire sans perte. Toutes les perméabilités sont égales à celle du vide. Suivant les propriétés géométriques des divers milieux, on distinguera [4] :

- a. l'onde de Zenneck guidée par une surface plane;
- b. l'onde cylindrique radiale guidée par une surface plane;
- c. l'onde de Sommerfeld-Goubau, ou onde cylindrique axiale associée à une surface cylindrique.

L'attention sera portée sur des modes du type T. M. Le champ électrique est désigné par E , le champ magnétique par H .

1.2.1. L'ONDE DE ZENNECK :

Milieu 1 ($x < 0$) :

$$\begin{aligned} \text{perméabilité : } \mu_1 &= \mu_0; \\ \text{permittivité : } \varepsilon_1. \end{aligned}$$

Les équations des champs sont

$$\begin{aligned} H_{y_1} &= A e^{j\omega t} e^{\alpha_1 x - \gamma_1 z}, \\ E_{x_1} &= A \frac{\gamma_1}{j\omega\varepsilon_1} e^{j\omega t} e^{\alpha_1 x - \gamma_1 z}, \\ E_{z_1} &= A \frac{\alpha_1}{j\omega\varepsilon_1} e^{j\omega t} e^{\alpha_1 x - \gamma_1 z}; \end{aligned}$$

avec

A , constante;
 γ_1 , constante de propagation suivant Oz;
 α_1 , constante de propagation suivant Ox.

Milieu 2 ($x > 0$) :

$$\begin{aligned} \text{perméabilité : } \mu_2 &= \mu_0; \\ \text{permittivité : } \varepsilon_2. \end{aligned}$$

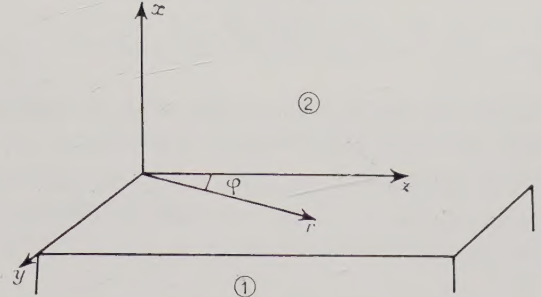


Fig. 5.

Les équations du champ sont

$$\begin{aligned} H_{y_2} &= A e^{j\omega t} e^{\alpha_2 x - \gamma_2 z}, \\ E_{x_2} &= A \frac{\gamma_2}{j\omega\varepsilon_2} e^{j\omega t} e^{\alpha_2 x - \gamma_2 z}, \\ E_{z_2} &= A \frac{\alpha_2}{j\omega\varepsilon_2} e^{j\omega t} e^{\alpha_2 x - \gamma_2 z}; \end{aligned}$$

avec

γ_2 , constante de propagation suivant Oz;
 α_2 , constante de propagation suivant Ox.

Le raccordement des champs pour $x = 0$ nécessite que

$$\gamma_1 = \gamma_2, \quad \frac{\alpha_2}{\varepsilon_2} = \frac{\alpha_1}{\varepsilon_1}.$$

Rappelons que

$$\begin{aligned} \gamma_1^2 + \alpha_1^2 &= -\omega^2 \varepsilon_1 \mu_0, \\ \gamma_2^2 + \alpha_2^2 &= -\omega^2 \varepsilon_2 \mu_0. \end{aligned}$$

Les équations précédentes permettent de définir la constante de propagation γ d'un mode se propageant sans affaiblissement ni rayonnement le long de l'interface.

1.2.2. L'ONDE CYLINDRIQUE RADIALE. — Les milieux et les notations sont les mêmes que précédemment. Le système de coordonnées semi-polaires utilisé est défini sur la figure 5 soit (r, φ, x).

Milieu 1 ($x > 0$) :

$$\begin{aligned} H_{\varphi_1} &= A e^{j\omega t} e^{\alpha_1 x} H_1^{(2)}(-j\gamma_1 r), \\ E_{r_1} &= -A \frac{\alpha_1}{j\omega\varepsilon_1} e^{j\omega t} e^{\alpha_1 x} H_1^{(2)}(-j\gamma_1 r), \\ E_{x_1} &= A \frac{\gamma_1}{\omega\varepsilon_1} e^{j\omega t} e^{\alpha_1 x} H_0^{(2)}(-j\gamma_1 r). \end{aligned}$$

Milieu 2 ($x > 0$) :

$$\begin{aligned} H_{\varphi_2} &= A e^{j\omega t} e^{\alpha_2 x} H_1^{(2)}(-j\gamma_2 r), \\ E_{r_2} &= -A \frac{\alpha_2}{j\omega\epsilon_2} e^{j\omega t} e^{\alpha_2 x} H_1^{(2)}(-j\gamma_2 r), \\ E_{x_2} &= A \frac{\gamma_2}{\omega\epsilon_2} e^{j\omega t} e^{\alpha_2 x} H_0^{(2)}(-j\gamma_2 r), \end{aligned}$$

avec les équations de raccordement à l'interface comme plus haut (H , fonctions de Hankel).

1.2.3. L'ONDE CYLINDRIQUE AXIALE DE SOMMERFELD-GOUBAU. — Le système de coordonnées semi-polaires utilisé est celui de la figure 6 (r, θ, z)

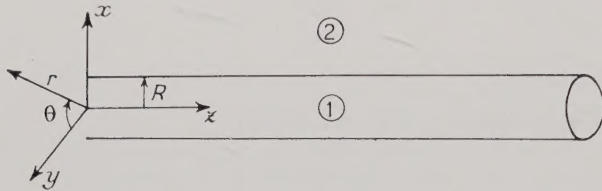


Fig. 6.

Milieu 1 ($r \leq R$) :

perméabilité : $\mu_1 = \mu_0$;
permittivité : ϵ_1 .

Milieu 2 ($r \geq R$) :

perméabilité : $\mu_1 = \mu_0$;
permittivité : ϵ_2 .

Les équations du champ électromagnétique dans les deux milieux sont :

Milieu 1 :

$$\begin{aligned} H_{\theta_1} &= A \frac{\omega\epsilon_1}{\alpha_1} e^{j\omega t} e^{-\gamma_1 z} J_1(j\alpha_1 r), \\ E_{z_1} &= A e^{j\omega t} e^{-\gamma_1 z} J_0(j\alpha_1 r), \\ E_{r_1} &= A \frac{\gamma_1}{j\alpha_1} e^{j\omega t} e^{-\gamma_1 z} J_1(j\alpha_1 r) \end{aligned}$$

(J , fonction de Bessel de première espèce).

Milieu 2 :

$$\begin{aligned} H_{\theta_2} &= A \frac{\omega\epsilon_2}{\alpha_2} e^{j\omega t} e^{-\gamma_2 z} H_1^{(1)}(j\alpha_2 r), \\ E_{z_2} &= A e^{j\omega t} e^{-\gamma_2 z} H_0^{(1)}(j\alpha_2 r), \\ E_{r_2} &= A \frac{\gamma_2}{j\alpha_2} e^{j\omega t} e^{-\gamma_2 z} H_1^{(1)}(j\alpha_2 r), \end{aligned}$$

avec toujours les équations de raccordement des champs à l'interface, qui définissent γ et α_1, α_2 .

1.3. Définition de l'impédance de surface.

L'impédance de surface peut être définie comme

le rapport des composantes tangentielles des champs électrique et magnétique à l'interface.

Dans le cas a :

$$Z_s = \left(\frac{E_z}{H_y} \right)_{x=0};$$

Dans le cas b :

$$Z_s = \left(\frac{E_r}{H_\varphi} \right)_{x=0};$$

Dans le cas c :

$$Z_s = \left(\frac{E_z}{H_\theta} \right)_{r=R}.$$

Dans les cas envisagés ci-dessus, cette impédance est purement réactive.

Remarque générale. — Tous les calculs précédents s'appliquent aux milieux à pertes. On remplacera dans les équations précédentes les termes en $j\omega\epsilon$ par les termes $\sigma + j\omega\epsilon$, ω désignant la conductivité du milieu envisagé. On aura ici une impédance de surface de la forme

$$Z_s = R_s + jX_s$$

avec une partie dissipative, R_s et une partie réactive, X_s .

1.4. Étude d'un cas particulier important et intéressant : La couche de diélectrique d'épaisseur uniforme disposée sur un plan conducteur. Étude de l'onde captive (Trapped Wave).

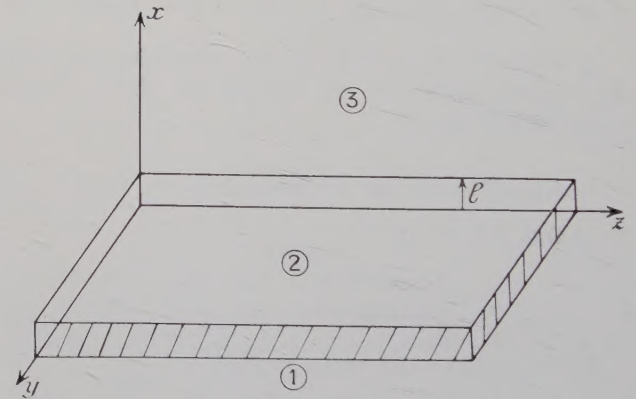


Fig. 7.

Le milieu 1 ($x < 0$) est un métal parfaitement conducteur.

Le milieu 2 ($0 < x < l$) est constitué d'un diélectrique de constante ϵ_2 .

Le milieu 3 ($x > l$) est constitué d'un diélectrique de constante ϵ_3 .

Tous ces milieux ont la perméabilité μ_0 du vide.

On suppose avoir affaire à des ondes de type T. M. (H_y , E_x , E_z) et $\varepsilon_2 > \varepsilon_3$.

Nous chercherons si des modes peuvent se propager dans la couche. Il faut satisfaire :

a. à l'équation des ondes :

$$\Delta U + k^2 U = 0;$$

b. aux conditions aux limites :

pour $x = 0$:

$$E_{z_2} = 0;$$

pour $x = l$:

$$E_{z_2} = E_{z_3},$$

$$H_{y_2} = H_{y_3}.$$

Supposons que l'on ait dans le milieu 2 :

$$H_{y_2} = A e^{j\omega t} e^{-j\beta_2 z} \cos \alpha_2 x.$$

On tire de là

$$E_{z_2} = -A \frac{\alpha_2}{j\omega\varepsilon_2} e^{j\omega t} e^{-j\beta_2 z} \sin \alpha_2 x,$$

$$E_{x_2} = A \frac{\beta_2}{\omega\varepsilon_2} e^{j\omega t} e^{-j\beta_2 z} \cos \alpha_2 x.$$

Dans le milieu 3, le champ s'écrit

$$H_{y_3} = B e^{j\omega t} e^{-j\beta_3 z} e^{-\alpha_3 x},$$

$$E_{z_3} = -B \frac{\alpha_3}{j\omega\varepsilon_3} e^{j\omega t} e^{-j\beta_3 z} e^{-\alpha_3 x},$$

$$E_{x_3} = -B \frac{\beta_3}{\omega\varepsilon_3} e^{j\omega t} e^{-j\beta_3 z} e^{-\alpha_3 x}.$$

La satisfaction des conditions aux limites impose

$$\beta_2 = \beta_3 = \beta,$$

$$A \cos \alpha_2 l = B e^{-\alpha_3 l},$$

$$A \frac{\alpha_2}{\varepsilon_2} \sin \alpha_2 l = B \frac{\alpha_3}{\varepsilon_3} e^{-\alpha_3 l}.$$

D'où

$$\boxed{\frac{\alpha_2}{\varepsilon_2} \operatorname{tg} \alpha_2 l = \frac{\alpha_3}{\varepsilon_3}},$$

avec, bien entendu

$$\alpha_2^2 - \beta^2 = -\omega^2 \varepsilon_2 \mu_0,$$

$$\alpha_3^2 - \beta^2 = -\omega^2 \varepsilon_3 \mu_0.$$

Les trois dernières équations définissant parfaitement les valeurs de α_2 , α_3 , β . Pour qu'il y ait propagation il faut que β soit réel. Pour satisfaire aux conditions à l'infini, on doit avoir $\alpha_3 > 0$ (onde évanescence suivant Ox).

On définira de la même manière l'impédance de

surface

$$Z_s = \frac{E_z}{H_y} = -\frac{\alpha_2}{j\omega\varepsilon_2} \operatorname{tg} \alpha_2 l = -\frac{\alpha_3}{j\omega\varepsilon_3}.$$

Dans le cas examiné, l'impédance est inductive, ce qui correspond, par analogie avec la théorie des circuits électriques, à un ralentissement de la vitesse de phase.

J. Brown [5] a discuté le système précédent et montré que divers types d'onde peuvent exister au voisinage d'une couche de diélectrique disposée sur un conducteur.

Posons

$$\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_3} = q.$$

Il existe :

a. des ondes guidées dans la couche, accompagnées à l'extérieur d'ondes évanescences. Si λ_0 désigne la longueur d'onde dans [3], il peut exister n ondes de surface si

$$(n-1)\lambda_0 < 2l\sqrt{q-1} < n\lambda_0;$$

b. un spectre continu d'ondes se propageant suivant z . Le module de la constante de propagation imaginaire peut prendre toutes les valeurs comprises entre zéro et $k_0 = \frac{2\pi}{\lambda_0}$;

c. un spectre continu d'ondes évanescences suivant z . Suivant Oz , la constante de propagation réelle peut prendre toute valeur entre zéro et l'infini.

On peut ainsi déterminer le champ complet dû à l'existence d'un système de sources au voisinage d'une couche de diélectrique en faisant la somme d'un certain nombre d'ondes de surface, et en effectuant des intégrations dans les spectres *b* et *c*. On trouvera des intégrales du type précédent dans l'étude du rayonnement d'une source linéaire au voisinage d'une couche de diélectrique disposée sur un conducteur, effectuée par C. T. Tai [6].

Remarques. — 1. La forme en $e^{-\alpha_3 x + j\beta_3 z}$ de l'onde évanescence montre que l'on peut la considérer comme une onde plane arrivant sur la structure avec un angle d'incidence purement imaginaire.

2. On sait que l'on peut interpréter la propagation d'une onde électromagnétique dans un guide à parois métalliques comme résultant d'une suite de réflexions d'ondes élémentaires planes sur les parois du guide. On peut trouver une interprétation analogue pour le cas de la couche de diélectrique [7].

On ne fera pas l'étude du cas du cylindre métallique recouvert d'un manchon de diélectrique, ou du cylindre diélectrique. On trouvera une étude détaillée de ce problème dans la Thèse de M. Bouix [8].

1.5. Étude des surfaces dentelées. Diélectriques artificiels (Corrugated surfaces).

Soit un plan conducteur $x = -h$. Des bandes métalliques rectangulaires indéfinies de hauteur h sont disposées parallèlement au plan $z = 0$. On

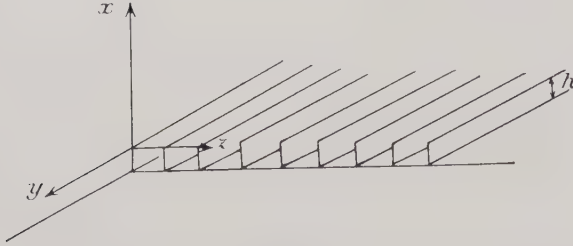


Fig. 8.

supposera ces bandes infiniment minces et suffisamment rapprochées pour qu'il y en ait un grand nombre par longueur d'onde. On suppose constant l'espacement entre les bandes.

Nous nous proposons d'étudier si une telle structure peut propager des ondes électromagnétiques.

Partons d'un champ magnétique [9] ($x > 0$) à composante unique dirigée suivant Oy :

$$H_y = H_0 e^{-\alpha x - j\beta z}.$$

En exprimant le champ électrique en fonction du rotationnel du champ magnétique, on obtient

$$j\omega\epsilon_0 E_y = \frac{\partial H_z}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial z} = 0,$$

$$j\omega\epsilon_0 E_x = \frac{\partial H_y}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial y},$$

d'où

$$E_x = -\frac{j}{\omega\epsilon_0} H_0 e^{-\alpha x - j\beta z},$$

De plus

$$j\omega\epsilon_0 E_z = \frac{\partial H_x}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial x},$$

d'où

$$E_z = -\frac{j}{\omega\epsilon_0} H_0 e^{-\alpha x - j\beta z},$$

Si maintenant on exprime H_y en fonction du rotationnel de E ,

$$-j\omega\mu_0 H_y = \frac{\partial E_z}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial z},$$

on obtient la relation

$$\beta^2 - \alpha^2 = \omega^2\epsilon_0\mu_0 = k_0^2 \quad \text{avec} \quad k_0 = \frac{2\pi}{\lambda_0},$$

λ_0 longueur d'onde dans le vide.

Il est loisible de supposer que le champ entre les

bandes ne varie pas suivant z . Au facteur de propagation près, le champ magnétique entre $x = -h$ et $x = 0$ peut s'écrire

$$H_y = H_0 \frac{\cos k_0(x+h)}{\cos k_0 h},$$

d'où on tire par la formule du rotationnel

$$E_z = -\frac{jk_0}{\omega\epsilon_0} H_0 \frac{\sin k_0(x+h)}{\cos k_0 h}.$$

Pour $x = 0$, les champs magnétiques sont raccordés. Il faut maintenant raccorder les champs électriques tangentiels

$$E_{z,x=+0} = -\frac{j}{\omega\epsilon_0} H_0 e^{-j\beta z},$$

$$E_{z,x=-0} = -\frac{jk_0}{\omega\epsilon_0} H_0 e^{-j\beta z} \operatorname{tg} k_0 h,$$

en multipliant par le facteur de phase correspondant $e^{-j\beta z}$ on tire de là

$$k_0 \operatorname{tg} k_0 h = \alpha,$$

ou

$$\beta = \pm \frac{k_0}{\cos k_0 h}.$$

Le calcul précédent est, bien entendu, approché. On peut cependant en tirer d'utiles enseignements :

1° $\beta > \beta_0$. L'onde propagée le long de la structure a une vitesse de phase inférieure à celle de la lumière.

2° L'approximation précédente ne vaut plus si $k_0 h \rightarrow \frac{\pi}{2}$. Le raccord entre les champs au-dessus et au-dessous de l'interface $x = 0$ devient de plus en plus mauvais lorsque $k_0 h$ croît.

L. Brillouin [10] a étudié d'une manière plus précise le problème précédent; sa méthode suppose l'épaisseur des plaques très faible et leur écartement petit devant la longueur d'onde.

Le raccord qu'il effectue est beaucoup plus exact : pour cela, il introduit, en plus de l'onde T. M. précédente (qu'il appelle onde principale), une onde T. E. M. stationnaire suivant x entre les plaques et une superposition d'ondes T. M. Ce dernier type est :

a. entre les plaques : stationnaire en z ;

b. dans l'espace libre : se propageant en z , évanescant en x .

La constante de propagation de l'onde principale

est donnée par

$$\beta = \frac{k_0}{|\cos k_0 h|}.$$

Cependant cette formule n'est valable que pour

$$0 < k_0 h < \frac{\pi}{2}, \quad \pi < k_0 h < \frac{3\pi}{2}, \quad \dots$$

car les bandes $\left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$, $\left(\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right)$ conduiraient à des ondes à un accroissement exponentiel en x c'est-à-dire à aucune solution physique.

Il ne peut donc y avoir propagation dans une structure de ce type que si

$$0 < h < \frac{\lambda_0}{4}, \quad \frac{\lambda_0}{2} < h < \frac{3\lambda_0}{4}, \quad \dots,$$

λ_0 , longueur d'onde dans le vide.

W. Walkinshaw [11] a repris le problème en considérant une épaisseur finie de plaques et un écartement fini par rapport à la longueur d'onde λ_0 . La structure qu'il considère (avec ses notations) est représentée sur la figure 9.

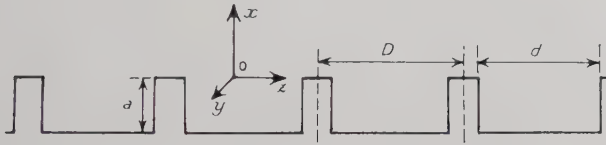


Fig. 9.

De l'expression des champs entre les plaques on tire pour $x = 0$,

$$E_z = \sum_0^\infty B_s \cos \frac{2\pi s}{d} z + \sum_1^\infty D_s \sin \frac{2s-1}{d} \pi z \quad \text{si } z < \frac{d}{2},$$

$$E_z = 0 \quad \text{si } \frac{d}{2} < z < \frac{D}{2},$$

$$H_y = \sum_0^\infty B'_s \cos \frac{2\pi s}{d} z + \sum_1^\infty D'_s \sin \frac{2s-1}{d} \pi z.$$

Les B'_s et D'_s se déduisant des B_s et D_s par les équations de Maxwell.

Les champs pour l'espace entre fentes de rang n s'obtiennent (Th. de Floquet) en multipliant les expressions précédentes par $e^{-j\beta_0 n D}$ où β_0 désigne la constante de propagation le long de la structure.

De l'expression des champs dans l'espace libre, on obtient pour $x = 0$,

$$E_z = \sum_{-\infty}^{+\infty} A_m e^{-j\beta_m z},$$

$$H_y = \sum_{-\infty}^{+\infty} A'_m e^{-j\beta_m z},$$

avec

$$\beta_m = \beta_0 + \frac{2\pi m}{D}.$$

En multipliant les valeurs de E_z par $\cos \frac{2\pi s}{d} z$ et $\sin \frac{2s-1}{d} z$ et en intégrant sur le segment $\left(-\frac{D}{2}, +\frac{D}{2}\right)$, en procédant de même pour H_y avec le segment $\left(-\frac{d}{2}, +\frac{d}{2}\right)$ on obtient par élimination pour les A_m un déterminant infini qu'il faut évaluer à zéro. En prenant seulement les trois premières lignes et colonnes, Walkinshaw obtient une assez bonne approximation pour β_0 .

On pourrait songer à étendre à des structures plus complexes une méthode de ce genre mais il semble que les difficultés de calcul deviennent rapidement inextricables.

De nombreux auteurs, Rayleigh [12], Voigt [13], U. Fano [14], K. Artman [15], ont étudié par une méthode analogue la réflexion d'une onde par une surface dont le profil est représentable par une série de Fourier. Citons également les travaux de W. Twersky [16] sur les problèmes de diffraction multiple des ondes électromagnétiques.

Une autre méthode consiste à partir d'un guide à rainures, à résoudre le problème des champs par des méthodes variationnelles et à envoyer ensuite les parois lisses du guide à l'infini (fig. 10).

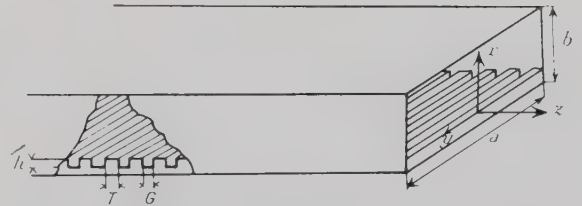


Fig. 10.

On part d'expressions du champ analogues à celles de Walkinshaw mais de type mixte T. E. T. M. et l'on écrit

$$\begin{aligned} & \int_{-\frac{a}{2}}^{+\frac{a}{2}} \int_0^{G+\tau} (E \wedge H^*) \vec{u}_x dy dz \\ &= \int_{-\frac{a}{2}}^{+\frac{a}{2}} \int_0^G (\mathcal{E} \wedge \mathcal{H}^*) \vec{u}_x dy dz, \end{aligned}$$

où

E, H sont les champs pour $x \geq 0$;
 $\mathcal{E}, \mathcal{H}$ les champs pour $x \leq 0$;

$\vec{u}_x$, vecteur-unité de Ox ;

le symbole * désigne la quantité conjuguée.

On obtient ainsi une expression en H qu'il s'agit de rendre stationnaire et une expression en E que la valeur de E tirée de H doit vérifier.

Lorsqu'on envoie les parois lisses du guide à l'infini, on obtient la relation

$$\cot g k_0 h = \frac{G}{G+T} \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\beta_0}{k_0}\right)^2 - 1}},$$

où

T est l'épaisseur des plaques;

G l'intervalle séparant deux faces en regard des plaques successives.

Une telle formule convient lorsque

$$G+T \leq \frac{\lambda}{10}.$$

En résumé : Nous avons montré qu'une surface de structure striée peut propager des ondes et nous avons passé en revue les méthodes indiquées pour le calcul de la constante de propagation. Il est apparu dans l'échelle des longueurs d'onde des bandes passantes et des bandes coupées.

La vitesse de phase des ondes propagées soit v est toujours inférieure à c , c vitesse de la lumière.

Il convient maintenant d'examiner les propriétés de rayonnement de ces surfaces. Mais, auparavant il est nécessaire de consacrer un développement assez court à la notion de spectre angulaire.

1.6. Problèmes de diffraction et spectre angulaire [18].

Supposons que dans le système de coordonnées cartésiennes indiqué sur la figure 11 le milieu $z > 0$ soit constitué d'un diélectrique homogène, de constante de propagation k et d'admittance caractéristique η . Nous considérons uniquement des champs cissoïdaux, indépendants de y et de type T. M. ($H//Oy$). Supposons donné $H_y(x, z)$. Par les équations de Maxwell on peut, comme on l'a vu au paragraphe précédent obtenir E_x et E_z .

Supposons tout d'abord que l'onde rayonnée dans la région $z > 0$ soit une onde plane, se propageant dans la direction θ . Posons

$$C = \cos \theta, \quad S = \sin \theta.$$

On a ainsi en un point (z, x)

$$E(z, x) = A(C, 0, -S) \exp[-jk(Cz + Sx)],$$

$$H(z, x) = \eta A(0, 1, 0) \exp[-jk(Cz + Sx)]$$

en supprimant le facteur $e^{j\omega t}$.

On obtient la distribution correspondante dans le plan $z = 0$ à partir de ces deux expressions. Nous nous bornerons à E_x ,

$$E_x(0, x) = AC \exp(-jkSx),$$

le coefficient de propagation dans la direction x est kS . C'est la composante suivant $z = 0$ du vecteur

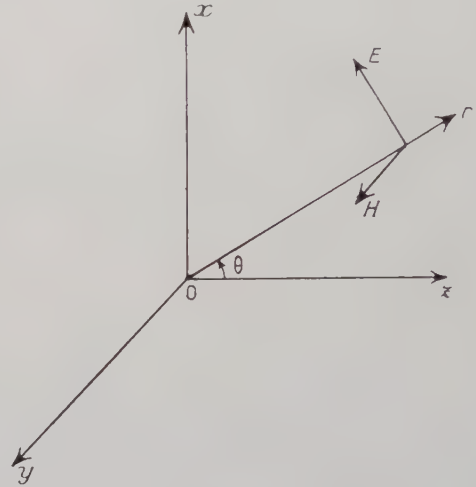


Fig. 11.

de propagation $k(S, 0, C)$. Réciproquement, toute composante E_x admettant pour coefficient de propagation kS produit dans $z > 0$ une onde plane dont la direction fait un angle θ avec Oz ($S = \sin \theta$).

Supposons maintenant que l'on ait une composante E_x , à coefficient de propagation kS tel que $S > 1$,

$$C = \sqrt{1 - S^2} \text{ serait imaginaire.}$$

On obtient ainsi une onde évanescente dans le milieu $z > 0$, se propageant suivant Ox . On aura une décroissance exponentielle dans la direction Oz de la forme $\exp(-k\sqrt{S^2 - 1}z)$ et dans la direction $Ox \exp(-jkSx)$.

Considérons maintenant dans $z = 0$ une répartition spatiale $E_x(0, x)$. La transformée de Fourier de $E_x(0, x)$ donne un ensemble équivalent au spectre d'ondes élémentaires, correspondant à des kS variables.

La partie du spectre correspondant à $|S| < 1$ fournit des ondes rayonnées, celle correspondant à $|S| > 1$ des ondes évanescences.

Chaque onde élémentaire a bien entendu son amplitude et sa phase propre.

Si l'on pose maintenant

$$P(S) = \lambda C A(S),$$

$\lambda = \frac{2\pi}{k}$, longueur d'onde dans $z > 0$.

On obtient le champ électromagnétique

$$\begin{aligned} E(z, x) &= \frac{1}{\lambda} \int_{-\infty}^{+\infty} P(S) (C, 0, -S) \exp[-jk(Cz + Sx)] \frac{dS}{C}, \\ H(z, x) &= \frac{\eta}{\lambda} \int_{-\infty}^{+\infty} P(S) (0, 1, 0) \exp[-jk(Cz + Sx)] \frac{dS}{C}, \end{aligned}$$

produit par la distribution

$$E_x(0, x) = \frac{1}{\lambda} \int_{-\infty}^{+\infty} P(S) e^{-jkSx} dS.$$

On peut comparer les spectres angulaires précédents à des spectres de fréquence où le rôle de la fréquence f serait joué par la quantité kS .

En inversant la formule précédente, on obtient en fonction de la distribution $E_x(0, x)$ le spectre angulaire $P(S)$,

$$P(S) = \int_{-\infty}^{+\infty} E_x(0, x) \exp(jkSx) dx.$$

Booker et Clemmow ont montré de plus que dans le cas d'une distribution dans $z = 0$ ne s'étendant pas jusqu'à l'infini le spectre angulaire est également le diagramme polaire de rayon r avec $s = 0$.

1.7. Rayonnement des surfaces striées. Premières méthodes de calcul.

Soit une surface striée de longueur l terminée par un plan métallique indéfini (fig. 12). Soit β_0

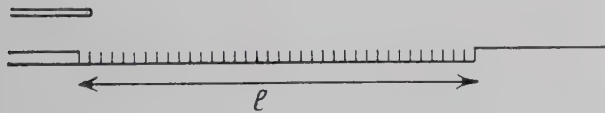


Fig. 12.

la constante de propagation le long de cette surface obtenue par la méthode du paragraphe 1.5. On peut supprimer la surface striée en la remplaçant par un feuillet de courants électriques et magnétiques :

$$\begin{aligned} \vec{J}_e &= -\vec{u}_z j \frac{\omega \varepsilon_0}{\alpha} A e^{j(\omega t - \beta_0 z)}, \\ \vec{J}_m &= \vec{u}_y A e^{j(\omega t - \beta_0 z)}. \end{aligned}$$

En effet

$$\vec{J}_e = -(\vec{u}_x \wedge \vec{H}), \quad \vec{J}_m = -(\vec{u}_x \wedge \vec{E}).$$

$\vec{u}_x, \vec{u}_y$ et $\vec{u}_z$ vecteurs unitaires de Ox, Oy et Oz .

En prenant l'image des feuillet dans le plan métallique, il reste le feuillet magnétique

$$\vec{J}_m = 2\vec{u}_y A e^{j(\omega t - \beta_0 z)}.$$

On obtient aisément le diagramme de rayonnement

$$\begin{aligned} H_y &= -\frac{\omega \varepsilon_0}{2} l A \sqrt{\frac{2}{\pi k_0 r}} \\ &\times e^{j\left(\omega t - kr - \frac{\pi}{4}\right)} \frac{\sin \frac{\pi l}{\lambda} \left[\frac{z_0}{k_0} - \cos \theta \right]}{\frac{\pi l}{\lambda} \left[\frac{z_0}{k_0} - \cos \theta \right]}. \end{aligned}$$

On obtient ainsi un rayonnement longitudinal (Elliott [17] a montré qu'en l'absence de plan métallique terminal, le lobe principal fait un certain angle avec le plan $x = 0$). Dans le cas du rayonnement longitudinal, on obtient un gain maximum à β_0 donné pour

$$l = \frac{\pi}{\beta_0 - k_0} \quad (\text{relation de Hansen et Woodyard}).$$

D'où une limitation du gain des antennes de ce type lorsque β_0 est donné.

L'étude complète tient compte du champ exciteur, mais les traits généraux du phénomène ne s'en trouvent pas considérablement modifiés.

Nous avons représenté sur la figure 13 un diagramme expérimental [17] $\left(\frac{l}{\lambda_0} = 7,33\right)$. On remar-

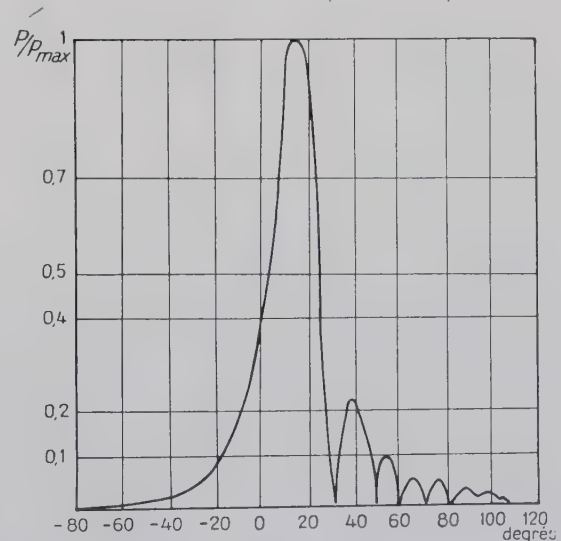


Fig. 13.

quera le niveau relatif important des feuilles secondaires et l'asymétrie du diagramme, l'accord des phases se produisant pour une direction faisant un certain angle avec l'antenne.

1.8. Irrégularités de structure d'une surface striée. Remarques sur la structure périodique.

L'expérience a montré que l'on peut améliorer le diagramme de rayonnement d'une surface striée (directivité, diminution du niveau des lobes secondaires) en altérant la répartition régulière des stries. On peut songer à étudier la propagation le long d'une surface ondulée périodiquement (fig. 14).



Fig. 14.

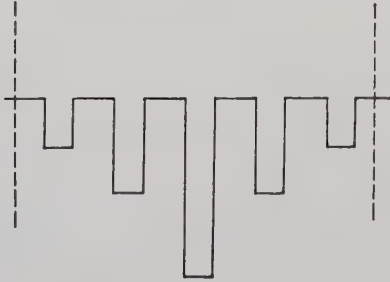


Fig. 15.

On aboutirait, en utilisant le théorème de Floquet à un système linéaire d'une infinité d'équations à une infinité d'inconnues. Si le problème mathématique est ainsi résolu, on n'a pu jusqu'ici tirer d'une solution de ce genre d'utiles renseignements physiques dans le cas général.

On peut également songer à utiliser, pour un profil périodique du type représenté sur la figure 15, la méthode de Kroll et Lamb utilisée pour la théorie du magnétron de type « Rising Sun », en tenant compte ici du théorème de Floquet.

Enfin un problème de nature analogue est obtenu en considérant une couche de diélectrique d'épaisseur uniforme, de perméabilité μ_0 constante (structure du paragraphe 1.5) mais dont la permittivité ε est une fonction de z (fig. 16) (périodique ou non).

Des problèmes de ce genre seront examinés et discutés plus loin. Nous nous proposons d'étudier

maintenant l'influence, dans la propagation sur une telle « ligne de transmission », de facteurs tels que la longueur de la période (en longueur d'onde) et l'amplitude des variations imposées à la vitesse de phase.

Le cas examiné [20] est celui d'une ligne de périodicité L suivant Oz. On supposera que l'hétérogé-

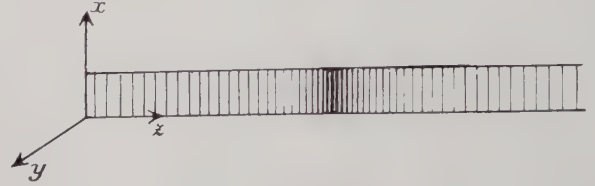


Fig. 16.

néité périodique affecte la phase d'une onde

$$U = U_0 \exp(-jkz)$$

se propageant sur la ligne non perturbée d'une modulation de profondeur β et de périodicité L .

La forme de l'onde résultante sera

$$U = U_0 e^{-j(kz + \beta \sin \frac{2\pi}{L} z)}$$

Une telle expression peut se développer en une série du type

$$U = U_0 \sum_{-\infty}^{+\infty} a_m e^{j(k - \frac{2\pi m}{L})z},$$

soit

$$U = U_0 \left[J_0(\beta) e^{-jkz} + \sum_{-\infty}^{+\infty} J_m(\beta) e^{j(m \frac{2\pi}{L} - k)z} + \sum_{-\infty}^{+\infty} (-1)^m J_m(\beta) e^{j(m \frac{2\pi}{L} - k)z} \right].$$

(Le signe $\sum'$ indique qu'il faut exclure $m=0$ de la sommation. J_m est la fonction de Bessel de première espèce d'ordre m .)

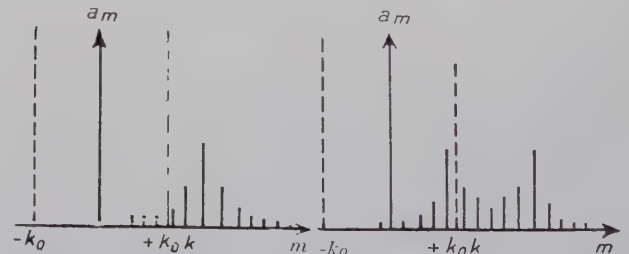


Fig. 17.

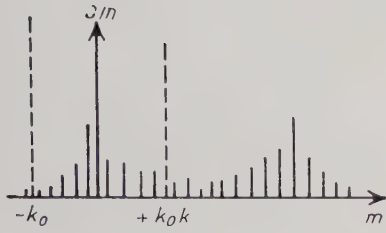


Fig. 18.

Suivant la valeur de β on obtient un spectre d'harmoniques d'espace données par les figures 17, 18, pour des valeurs croissantes de β .

La théorie du spectre angulaire nous montre que les harmoniques d'espace correspondant aux raies comprises entre $-k_0$ et $+k_0$ correspondent à de l'énergie rayonnée.

On peut alors distinguer pour m , trois intervalles :

m .	$-k_0$.	0 .	$+k_0$.	k .	$+$
Énergie...	Réfléchie sur la ligne	Rayonnée vers l'arrière et l'avant	Propagée vers l'avant sur la ligne		

On voit aisément que l'énergie rayonnée croît :

- 1° à β fixé lorsque k se rapproche de k_0 ;
- 2° à k fixé lorsque β croît à partir de zéro tout en restant petit.

De plus les raies sont plus serrées lorsque L croît, β et k étant fixés. Si β est assez petit, lorsque L croît, l'énergie rayonnée diminue. Sur la figure, $L_1 > L_2$.

Nous avons parlé jusqu'ici de puissance rayonnée sans préciser la portion de ligne intéressée. Il paraît raisonnable d'admettre que chaque cellule de longueur L rayonne une quantité d'énergie proportionnelle à l'énergie incidente. Il en résulte un léger affaiblissement exponentiel le long de la ligne (fig. 19) qu'un calcul plus développé pourrait prendre en considération.

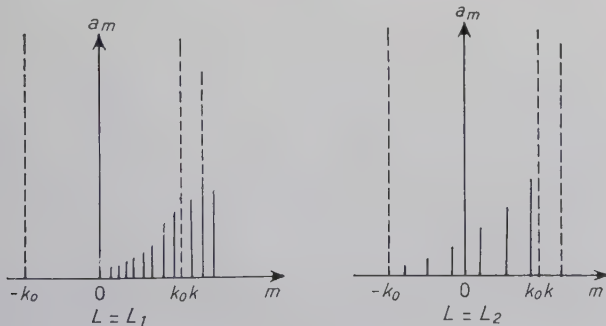


Fig. 19.

1.9. Quelques remarques sur les milieux à permittivité variable [21].

Rappelons tout d'abord comment sont modifiées les équations du champ électromagnétique lorsque la quantité ε varie (on supposera le milieu non ferromagnétique, et la perméabilité constante). On aura, avec les notations précédentes

$$\vec{H} = \frac{1}{\mu} \text{rot } \vec{A},$$

$$\vec{E} = -\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \text{grad } \varphi,$$

avec la relation

$$\text{div } \vec{A} + \varepsilon \mu \frac{\partial \varphi}{\partial t} = 0,$$

les potentiels vecteur $\vec{A}$ et scalaire φ satisfaisant aux relations

$$\Delta \varphi - \varepsilon \mu \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = -\varrho + \vec{E} \cdot \frac{\text{grad } \varepsilon}{\varepsilon},$$

$$\Delta \vec{A} - \varepsilon \mu \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} = -\mu \vec{i} + \mu \frac{\partial \varphi}{\partial t} \frac{\text{grad } \varepsilon}{\varepsilon},$$

ϱ et i étant les densités de charge et de courant électrique.

En l'absence de ces derniers il subsiste

$$\Delta \varphi - \varepsilon \mu \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = \vec{E} \cdot \frac{\text{grad } \varepsilon}{\varepsilon},$$

$$\Delta \vec{A} - \varepsilon \mu \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} = + \text{div } \vec{A} \frac{\text{grad } \varepsilon}{\varepsilon},$$

$-\vec{E} \cdot \frac{\text{grad } \varepsilon}{\varepsilon}$ joue le rôle de charge électrique fictive;

$\mu \frac{\partial}{\partial t} \text{div } \vec{A} \cdot \frac{\text{grad } \varepsilon}{\varepsilon}$ joue le rôle de courant fictif.

En particulier, on peut calculer le champ produit par le courant fictif. Il dépend de $\frac{\text{grad } \varepsilon}{\varepsilon}$ et s'annule avec cette dernière quantité. Il peut être utile pour résoudre l'équation donnant $\vec{A}$ d'utiliser la méthode d'approximation B.W.K.J. [22] couramment employée en Mécanique ondulatoire.

2. DISCONTINUITÉS ET RAYONNEMENT DANS LES MILIEUX DIÉLECTRIQUES.

2.1. Détermination du rayonnement lié à une variation de permittivité dans un milieu diélectrique semi-indéfini.

Le calcul sera effectué pour le cas le plus simple, celui d'une onde plane franchissant une discontinuité de permittivité.

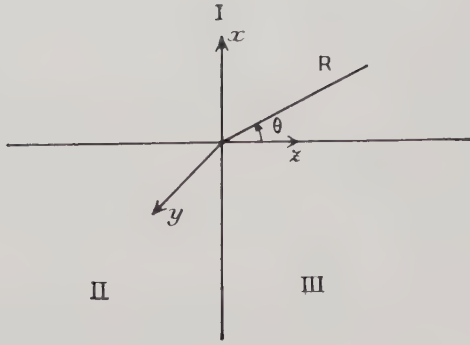


Fig. 20.

Les milieux I, II et III représentés sur la figure 20 ont la perméabilité μ_0 du vide; on posera $k_0 = \frac{2\pi}{\lambda_0}$; λ_0 , longueur d'onde dans le vide

	Milieu.	Constante diélectrique.
I.....	$x > 0$	ε_0 (vide)
II.....	$x < 0, z < 0$	$\varepsilon_2 > \varepsilon_0$
III.....	$x < 0, z > 0$	$\varepsilon_3 > \varepsilon_0$

Les équations du champ électromagnétique dans le milieu II sont (on n'écrira pas le facteur $e^{j\omega t}$)

$$\begin{aligned} H_{y_2} &= [A_2 e^{\alpha_2 x} + A'_2 e^{-\alpha_2 x}] e^{-j\beta_2 z}, \\ E_{x_2} &= -\frac{1}{j\omega\varepsilon_2} \frac{\partial H_{y_2}}{\partial z}, \\ E_{z_2} &= \frac{1}{j\omega\varepsilon_2} \frac{\partial H_{y_2}}{\partial x}. \end{aligned}$$

Dans le milieu III on aura de même

$$\begin{aligned} H_{y_3} &= (A_3 e^{\alpha_3 x} + A'_3 e^{-\alpha_3 x}) e^{-j\beta_3 z}, \\ E_{x_3} &= -\frac{1}{j\omega\varepsilon_3} \frac{\partial H_{y_3}}{\partial z}, \\ E_{z_3} &= \frac{1}{j\omega\varepsilon_3} \frac{\partial H_{y_3}}{\partial x}. \end{aligned}$$

Pour $z = 0$ il est possible de raccorder les champs au moyen d'une onde réfléchie dans le premier milieu

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_{y_2} &= (B_2 e^{\alpha_2 x} + B'_2 e^{-\alpha_2 x}) e^{+j\beta_2 z}, \\ \mathcal{E}_{x_2} &= -\frac{1}{j\omega\varepsilon_2} \frac{\partial \mathcal{H}_{y_2}}{\partial z}, \\ \mathcal{E}_{z_2} &= \frac{1}{j\omega\varepsilon_2} \frac{\partial \mathcal{H}_{y_2}}{\partial x}. \end{aligned}$$

Il est tout d'abord nécessaire d'avoir

$$\alpha_2 = \alpha_3 = \alpha,$$

moennant quoi il subsiste les conditions :

a. Continuité des composantes tangentielles des

champs :

$$\begin{aligned} A_2 + B_2 &= A_3, \\ A_2 - B_2 &= A_3 \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_3} \frac{\beta_3}{\beta_2}, \\ A'_2 + B'_2 &= A'_3, \\ A'_2 - B'_2 &= A'_3 \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_3} \frac{\beta_3}{\beta_2}. \end{aligned}$$

b. Continuité de l'induction normale :

$$\begin{aligned} A_2 + B_2 &= A_3, \\ A'_2 + B'_2 &= A'_3, \end{aligned}$$

déjà satisfait en a.

Si l'on pose $A_2 = a$; $A'_2 = a'$ on obtient

$$B_2 = a \frac{\left(\frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_2} \frac{\beta_2}{\beta_3} - 1 \right)}{\frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_2} \frac{\beta_2}{\beta_3} + 1} = ma,$$

$$A_3 = a \frac{2}{\frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_2} \frac{\beta_2}{\beta_3} + 1} = pa,$$

$$B'_2 = ma',$$

$$A'_3 = pa',$$

avec

$$m = \frac{\frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_2} \frac{\beta_2}{\beta_3} - 1}{\frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_2} \frac{\beta_2}{\beta_3} + 1}, \quad p = 1 + m.$$

L'onde se propageant dans le milieu II est accompagnée dans le milieu I par une onde évanescente

$$H_{y_{12}} = a'' e^{-\alpha_{12} x} [e^{-j\beta_2 z} + m e^{j\beta_2 z}],$$

$$E_{x_{12}} = -\frac{1}{j\omega\varepsilon_0} \frac{\partial H_{y_{12}}}{\partial z},$$

$$E_{z_{12}} = \frac{1}{j\omega\varepsilon_0} \frac{\partial H_{y_{12}}}{\partial x}.$$

Effectuons le raccordement pour $x = 0$ à l'interface (I, II)

$$\begin{aligned} a + a' &= a'', \\ -\frac{\alpha}{\varepsilon_2} (a - a') &= \frac{\alpha_{12}}{\varepsilon_0} a''. \end{aligned}$$

En posant

$$\tau = \frac{a - a'}{a + a'},$$

il vient

$$\alpha_{12} = -\tau \alpha \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_2}.$$

Puis à l'interface (I, III)

$$\begin{aligned} a + a' &= a'', \\ -\frac{\alpha}{\varepsilon_3} (a - a') &= \frac{\alpha_{13}}{\varepsilon_0} a'' \rightarrow \alpha_{13} = -\tau \alpha \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_3}. \end{aligned}$$

Nous avons donc en résumé les relations (R)

$$(R) \quad \left\{ \begin{array}{l} \alpha_2 = \alpha_3 = \alpha, \\ -\alpha^2 + \beta_2^2 = k_0^2 \varepsilon_2, \\ -\alpha^2 + \beta_3^2 = k_0^2 \varepsilon_3, \\ -\alpha^2 \left(\tau \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_2} \right)^2 + \beta_2^2 = k_0^2 \varepsilon_0, \\ -\alpha^2 \left(\tau \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_3} \right)^2 + \beta_3^2 = k_0^2 \varepsilon_0. \end{array} \right.$$

On peut remarquer que τ a la forme d'un coefficient de réflexion.

On tire de là la valeur de τ :

$$\tau^2 = \frac{\frac{\varepsilon_3 - \varepsilon_2}{\varepsilon_0^2}}{\frac{\varepsilon_3 - \varepsilon_0}{\varepsilon_2^2} + \frac{\varepsilon_0 - \varepsilon_2}{\varepsilon_3^2}}.$$

Supposons maintenant que

$$\varepsilon_0 = 1, \quad \varepsilon_2 = \varepsilon, \quad \varepsilon_3 = \varepsilon + d\varepsilon.$$

Au premier ordre près

$$\tau^2 = \frac{\varepsilon^2}{3\varepsilon - 2}.$$

Il en résulte que $\alpha_{12} \neq \alpha_{13}$ et qu'il n'y a pas raccordement pour $z = 0$, $x > 0$.

Il est loisible de faire l'hypothèse fondamentale que le rayonnement est dû à des sources auxiliaires disposées sur le demi-plan $x > 0$, $z = 0$, dont l'amplitude est prise égale à la discontinuité des champs, soit pour le champ électrique

$$E_x = \frac{j_2}{\omega} \alpha'' (1 - m) e^{-\alpha_{12}x} - \frac{j_3}{\omega} \alpha'' p e^{-\alpha_{13}x} \\ = \frac{\alpha''}{\omega} e^{-\alpha_{12}x} \beta \left[x dx_{12} - \frac{d\varepsilon}{\varepsilon} \right],$$

avec

$$p = 1 + \frac{1}{2} \left[\frac{d\varepsilon}{\varepsilon} - \frac{d\beta}{\beta} \right], \\ m = \frac{1}{2} \left[\frac{d\varepsilon}{\varepsilon} - \frac{d\beta}{\beta} \right].$$

Le diagramme de rayonnement donné par de telles sources sera

$$E_x = \frac{j}{\sqrt{\lambda}} \frac{\beta}{\omega} \alpha'' (1 + \cos \theta) \left[dx_{12} \int_0^\infty x e^{-\alpha_{12}x} e^{jkx \sin \theta} dx \right. \\ \left. - \frac{d\varepsilon}{\varepsilon} \int_0^\infty e^{-\alpha_{12}x} e^{jkx \sin \theta} dx \right]$$

en considérant le problème comme un problème cylindrique.

D'où le diagramme

$$\frac{\alpha'' \beta}{\sqrt{\lambda} \omega} (1 + \cos \theta) \left[\frac{dx_{12}}{(\alpha_{12} - jk_0 \sin \theta)^2} - \frac{d\varepsilon}{\varepsilon} \frac{1}{\alpha_{12} - jk_0 \sin \theta} \right].$$

Posons $\varepsilon = 1 + u$ où u est supposé petit. On tire du système (R)

$$\alpha = k_0 \sqrt{\frac{u}{2}}, \\ \beta = k_0 \left(1 + \frac{u}{4} \right), \\ \alpha_{12} = -k_0 \sqrt{\frac{u}{2}}.$$

On a alors

$$dx_{12} \sim -\frac{k_0}{2\sqrt{2}} \frac{du}{\sqrt{u}}, \\ \frac{d\varepsilon}{\varepsilon} \sim du.$$

Il en résulte que si u est assez petit, seul le premier terme du crochet intervient. Il subsiste donc

$$E_x = \frac{\alpha'' \beta}{2\sqrt{2} \sqrt{\lambda} k_0} \frac{1 + \cos \theta}{\left| \sqrt{\frac{u}{2}} - j \sin \theta \right|^2} \frac{du}{\sqrt{u}}.$$

On obtient ainsi un diagramme avec maximum dans la direction Oz. L'énergie totale contenue dans le lobe principal est proportionnelle à $\frac{(du)^2}{u}$, soit à $\frac{(d\varepsilon)^2}{\varepsilon - 1}$.

L'énergie rayonnée est donc d'autant plus considérable que $d\varepsilon$ est plus grand et ε voisin de 1.

Remarque. — On a les expressions complètes

$$\alpha^2 = \frac{k_0^2}{2} \frac{(3\varepsilon - 2)(\varepsilon - 1)}{2\varepsilon - 1}, \\ \beta^2 = \frac{k_0^2}{2} \frac{\varepsilon^2 + 3\varepsilon - 2}{2\varepsilon - 1}, \\ \alpha_{12}^2 = \frac{k_0^2}{2} \frac{\varepsilon(\varepsilon - 1)}{2\varepsilon - 1}, \\ dx_{12} = -\frac{k_0}{2\sqrt{2}} \frac{2\varepsilon^2 - 2\varepsilon + 1}{(2\varepsilon - 1)^{\frac{3}{2}} \sqrt{\varepsilon(\varepsilon - 1)}} d\varepsilon.$$

Remarque. — On a pris α réel, ce qui donnerait pour l'onde en $e^{-\alpha x}$ une croissance exponentielle. (A partir du calcul précédent, il est aisé de montrer que pour $\varepsilon > 1$, pour avoir des ondes de surface en 1 de part et d'autre de $z = 0$, il est nécessaire de prendre α réel.)

Cette étude permet la mise en évidence d'une onde captive différente de celle décrite dans la partie précédente. Elle correspond en fait au remplacement du plan métallique d'impédance de surface nulle

par un plan d'impédance infinie. On coupe l'ensemble I et II par le plan $x = x_0$ tel que

$$H_y = 0 \quad \text{si} \quad \alpha e^{+\alpha x_0} + \alpha' e^{-\alpha x_0} = 0,$$

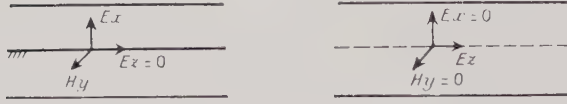


Fig. 21.

soit

$$e^{2\alpha x_0} = -\frac{\alpha'}{\alpha}, \quad \text{d'où} \quad -\coth \alpha x_0 = \tau.$$

2.2. Essai de détermination des paramètres caractéristiques d'une discontinuité dans une couche diélectrique.

On caractérisera maintenant la discontinuité dans la couche par une variation brusque de la réactance de surface (fig. 22). La couche $z < 0$ est

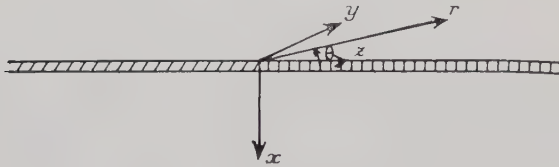


Fig. 22.

supposée caractérisée par une impédance de surface

$$Z_1 = \frac{1}{j\omega} \frac{\partial H_{y_1}}{\partial x}.$$

La couche $z > 0$ a pour impédance

$$Z_2 = \frac{1}{j\omega} \frac{\partial H_{y_2}}{\partial x}.$$

Nous appellerons dorénavant ψ la mesure algébrique de H_y et nous remplacerons les conditions aux limites des paragraphes précédents par

$$\psi_1 + \frac{j}{\omega Z_1} \frac{\partial \psi_1}{\partial x} = 0,$$

$$\psi_2 + \frac{j}{\omega Z_2} \frac{\partial \psi_2}{\partial x} = 0.$$

Les conditions aux limites du type précédent sont particulièrement précieuses dans les équations intégrales se présentant dans les problèmes de diffraction [23 à 26].

Nous supposons implicitement une dépendance

harmonique des champs à l'égard du temps et nous supprimons les facteurs $e^{j\omega t}$.

La fonction ψ cherchée satisfait à l'équation des ondes

$$\psi''_{xx} + \psi''_{zz} + k_0^2 \psi = 0$$

(on supposera que k_0 possède une partie imaginaire > 0 que l'on pourra ensuite faire tendre vers zéro)

$$k_0 = k_1 + jk_2.$$

Appelons φ la fonction correspondant à la portion diffractée du champ, ψ_0 le champ incident. On a, en appelant ψ le champ total

$$\psi = \psi_0 + \varphi \quad (\psi_0 = e^{ik_z z + k_x x}; k_x = \zeta_1).$$

On sait d'après la théorie des fonctions de Green que φ satisfait à

$$\varphi = \int_{-\infty}^{+\infty} \left[G(x, z, 0, z') \frac{\partial \varphi}{\partial x'}(0, z') - \frac{\partial G}{\partial x'}(x, z, 0, z') \varphi(0, z') \right] dz'$$

G est une fonction de Green associée à l'équation des ondes.

Le champ total substitué dans l'équation précédente donne

$$\psi - \psi_0 = \int_{-\infty}^{+\infty} \left[G \left(\frac{\partial \psi}{\partial x'} - \frac{\partial \psi_0}{\partial x'} \right) - \frac{\partial G}{\partial x'} (\psi - \psi_0) \right] dz'.$$

Si l'on choisit une fonction de Green satisfaisant à

$$G + \frac{j}{Z_1 \omega} \frac{\partial G}{\partial x} = 0 \quad \text{pour} \quad x = 0.$$

(On posera $\frac{j}{Z_1 \omega} = -\frac{1}{\zeta_1}$, $\frac{j}{Z_2 \omega} = -\frac{1}{\zeta_2}$.)

Il subsiste

$$\psi = \psi_0 + (\zeta_2 - \zeta_1) \int_0^{\infty} G \psi dz'.$$

Étude de la fonction de Green. — Rappelons que la fonction de Green satisfait à l'équation non homogène des ondes

$$G''_{xx} + G''_{zz} + k_0^2 G = -\delta(z - z_0) \delta(x - x_0),$$

où δ désigne la fonction Δ de Dirac. On désignera dans cette partie le symbole des imaginaires par i .

Les conditions supplémentaires suivantes sont imposées à G :

$$a. \quad G - \frac{1}{\zeta_1} \frac{\partial G}{\partial x} = 0 \quad (\text{Cf. ci dessus});$$

b. G asymptotique à $\frac{e^{+ik_c R}}{\sqrt{R}}$.

Les grandes lignes du calcul qui va suivre sont inspirées d'une méthode élaborée par A. E. Heines et H. Feshbach [27].

Une transformation de Fourier complexe en u donne

$$\begin{aligned} G(x, z, x', z') &= \frac{1}{2\pi} \int_C [\exp iu(z - z') - i\alpha x] \\ &\quad \times [A \cos \alpha x' + B \sin \alpha x'] du \quad (x < x') \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_C [\exp iu(z - z') - i\alpha x'] \\ &\quad \times [A \cos \alpha x + B \sin \alpha x] du \quad (x > x'), \end{aligned}$$

avec

$$A = \frac{i}{z - i\zeta_1}, \quad B = \frac{i\zeta_1}{z(z - i\zeta_1)}$$

et

$$\alpha^2 = k_0^2 - u^2.$$

Où prendra la branche de α se réduisant à k_0 pour $u = 0$.

Il reste à définir le contour $C(u)$. Par décomposition des cosinus et sinus en exponentielles on obtient

$$\begin{aligned} G &= \frac{i}{4} H_0^{(1)} \left\{ k_0 [(z - z')^2 + (x - x')^2]^{\frac{1}{2}} \right\} \\ &\quad + \frac{i}{4} H_0^{(1)} \left\{ k_0 [(z - z')^2 + (x + x')^2]^{\frac{1}{2}} \right\} \\ &\quad - \frac{\zeta_1}{2\pi} \int_C \frac{\exp[iu(z - z') - i\alpha(x + x')]}{\alpha(\alpha - i\zeta_1)} du, \end{aligned}$$

$H_0^{(1)}$ fonction de Hankel d'ordre zéro.

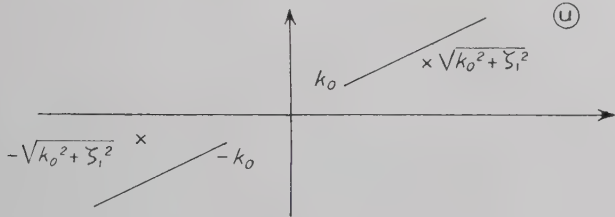


Fig. 23.

On prendra le chemin $C(u)$ dans la bande

$$|\Im(u)| < |\Im(k_0)|.$$

Le contour doit éviter la coupure du plan (k_0, ∞) , $(-k_0, \infty)$ et également le point $\alpha = i\zeta$, soit

$$u = \sqrt{k_0^2 + \zeta_1^2}.$$

On peut voir aisément que si $\left| \frac{k_z}{\zeta_1} \right| > \sqrt{2}$, le point $u = \sqrt{k_0^2 + \zeta_1^2}$ est en dehors de la bande utilisée.

On peut déformer le contour (C) en dehors de la bande en prenant par exemple)

$$u = k_0 \cos(\gamma + i\tau) \quad (-\infty < \tau < +\infty)$$

et la branche de α utilisée sera celle correspondant à

$$\alpha = -k_0 \sin(\gamma + i\tau).$$

On peut alors montrer [27] que la valeur asymptotique de la fonction de Green est

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{\exp i \frac{\pi}{4} \exp ik_0 R}{\sqrt{k_0 R (i\zeta_1 + k_0 \sin \gamma)}} \quad \text{dans la direction } \gamma.$$

Transformée de Fourier de l'équation intégrale. — Nous écrirons l'équation intégrale sous la forme

$$\begin{aligned} \varphi_0(z) + \varphi_1(z) &= \varphi_2(z) + (\zeta_2 - \zeta_1) \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_0(z') G(0, z, 0, z') dz', \end{aligned}$$

avec ici

$$\begin{cases} \varphi_0(z) = \psi(0, z) & (z > 0), \\ \varphi_0(z) = 0 & (z < 0); \\ \varphi_1(z) = \psi(0, z) - \exp ik_z z & (z < 0), \\ \varphi_1(z) = 0 & (z > 0); \\ \varphi_2(z) = \exp ik_z z & (z > 0), \\ \varphi_2(z) = 0 & (z < 0) \end{cases}$$

(k_z , constante de propagation du mode incident).

On voit alors que $\varphi_1(z)$ est $O[\exp k_2 z]$.

Pour que l'intégrale donnant

$$\varphi_1(z) \sim \int_0^{\infty} \frac{\exp ik_0(z' - z) \varphi_0(z') dz'}{\sqrt{z - z'}}$$

converge, il est nécessaire que

$$\varphi_0 = O[\exp i\sigma z] \quad \text{avec} \quad \Im(\sigma) < k_2$$

en supposant l'intégrabilité des φ (ce que nous vérifierons par la suite), on voit aisément que

$$\Phi_0(u) = \int_0^{\infty} \exp(-iu z) \varphi_0(z) dz$$

est régulier dans le demi-plan inférieur

$$\Im(u) < \Im(\tau)$$

et

$$\Phi_1(u) = \int_{-\infty}^0 \exp(-iu z) \varphi_1(z) dz$$

est régulier dans le demi-plan supérieur

$$\Im(u) > -k_2.$$

D'autre part la fonction $G(0, z, 0, 0)$ a pour trans-

formée bilatérale de Fourier : $\frac{i}{z - i\zeta_1}$ régulière dans

$$-k_2 < \mathcal{J}(u) < +k_2,$$

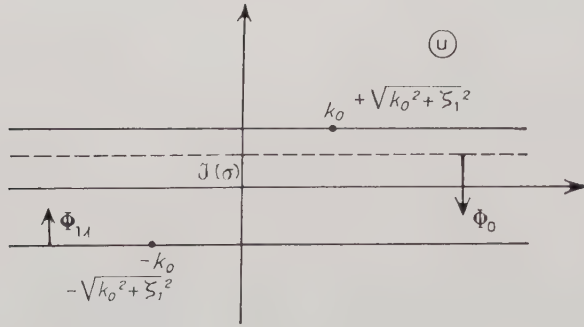


Fig. 24.

enfin, $\varphi_2(z)$ a pour transformée unilatérale, $\frac{-i}{u - k_2}$ régulière dans le demi-plan inférieur

$$\mathcal{J}(u) < k_2.$$

D'où un domaine commun d'analyticité

$$-k_2 < \mathcal{J}(u) < k_2 \quad \text{ou} \quad \mathcal{J}(\sigma).$$

Par suite de l'existence de ce dernier domaine, on peut appliquer la transformation de Fourier à l'équation et l'on obtient

$$\Phi_0(u) + \Phi_1(u) = \frac{i(\zeta_2 - \zeta_1)}{z - i\zeta_1} \Phi_0 + \frac{1}{i(u - k_2)}$$

ou encore

$$\Phi_1(u) + \Phi_0(u) \frac{\alpha - i\zeta_2}{\alpha - i\zeta_1} = \frac{1}{i(u - k_2)}.$$

Il convient maintenant d'effectuer la factorisation de

$$\Lambda(u) = \frac{\alpha - i\zeta_2}{\alpha - i\zeta_1}, \quad \text{où} \quad \alpha = \sqrt{k_0^2 - u^2},$$

$K(u)$ a deux points de branchement

$$u = +k_0, \quad u = -k_0.$$

La décomposition se fera en considérant successivement le dénominateur

$$D(u) = 1 - \frac{i\zeta_1}{\sqrt{k_0^2 - u^2}}$$

et le numérateur

$$N(u) = 1 - \frac{i\zeta_2}{\sqrt{k_0^2 - u^2}}.$$

Dans la bande

$$|\mathcal{J}(u)| < k_2,$$

$D(u)$ et son logarithme sont réguliers. Le long des

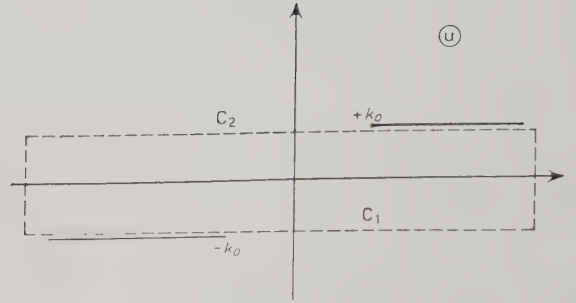


Fig. 25.

coupures à l'intérieur de la bande l'argument de α vaut $+\frac{\pi}{2}$. Le long du chemin C en pointillé on a

$$\begin{aligned} \frac{D'(u)}{D(u)} &= \frac{1}{2\pi i} \int_C \frac{-i\zeta_1 t dt}{[(k_0^2 - t^2)^{\frac{1}{2}} - i\zeta_1] (k_0^2 - t^2)(t - u)} \\ &= \frac{-i\zeta_1 u}{[(k_0^2 - u^2)^{\frac{1}{2}} - i\zeta_1] (k_0^2 - u^2)} \end{aligned}$$

(formule de Cauchy).

Les côtés de C parallèles à l'axe imaginaire donnent une contribution nulle $[O(t^{-3})]$.

L'intégrale le long du côté inférieur donne une fonction régulière dans le demi-plan supérieur $\mathcal{J}(u) > -k_2$, l'intégrale le long du côté supérieur une fonction régulière si $\mathcal{J}(u) < k_2$ (u dans la bande).

Soient C_1 et C_2 ces chemins.

Considérons tout d'abord C_1 . Nous avons à considérer un chemin C'_1 dessiné ci-dessous.

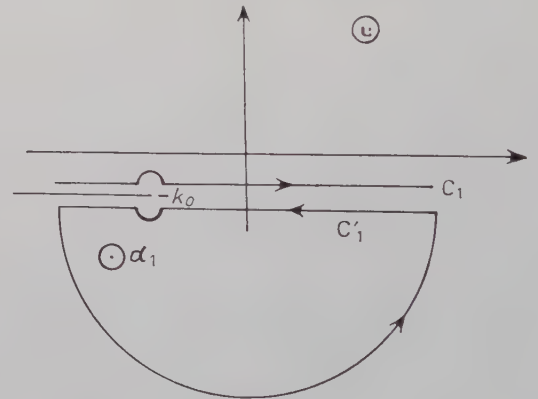


Fig. 26.

On peut alors écrire

$$\frac{D'_1}{D_1} = \frac{1}{2\pi i} \int_{C_1} = \frac{1}{2\pi i} \int_{C_1} + \frac{1}{2\pi i} \int_{C'_1} - \mathcal{R}\alpha_1,$$

$\mathcal{R}\alpha_1$, désignant le résidu au point $\alpha_1 = -\sqrt{k_0^2 + \zeta_1^2}$,

d'où

$$\begin{aligned} \frac{D'_1}{D_1} &= \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{-k_0} \frac{-i\zeta_1 t dt}{(t^2 - k_0^2 - \zeta_1^2) \sqrt{(t^2 - k_0^2)} (t - u)} \\ &\quad - \frac{1}{2(u + k_0)} + \frac{1}{u + \sqrt{k_0^2 + \zeta_1^2}} \\ &= -\frac{1}{2} \frac{1}{u + k_0} + \frac{1}{u + \sqrt{k_0^2 + \zeta_1^2}} \\ &\quad + \frac{i\zeta_1}{\pi} \left[\frac{\Psi(u) - \Psi(\alpha_1)}{u - \alpha_1} + \frac{\Psi(u) - \Psi(-\alpha_1)}{u + \alpha_1} \right], \end{aligned}$$

avec

$$\begin{aligned} \Psi &= \sqrt{k_0^2 - u^2} \operatorname{Arctg} \left[\frac{k_0 - u}{k_0 + u} \right]^{\frac{1}{2}} \\ &= \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{u^2 - k_0^2}} \ln \frac{u + \sqrt{u^2 - k_0^2}}{k_0}. \end{aligned}$$

On obtient finalement

$$\begin{aligned} D_1 &= (u + k_0)^{-\frac{1}{2}} (u + \sqrt{k_0^2 + \zeta_1^2}) \\ &\quad \times \exp \frac{i\zeta_1}{\pi} \int^u \left[\frac{\Psi(t) - \Psi(\alpha_1)}{t - \alpha_1} + \frac{\Psi(t) - \Psi(-\alpha_1)}{t + \alpha_1} \right] dt \end{aligned}$$

à une constante multiplicative près.

En étudiant le contour (2) on trouve que

$$D_1(u) = D_2(-u).$$

La décomposition de $N(u)$ est la même (on remplace ζ_1 par ζ_2). Ainsi

$$\kappa_1(u) = \frac{N_1(u)}{D_1(u)}.$$

Solution de l'équation intégrale. — Elle s'écrit

$$\begin{aligned} &-\frac{\Phi_1(u)}{\kappa_1(u)} + \frac{1}{i(u - k_{z_1})} \left[\frac{1}{\kappa_1(u)} - \frac{1}{\kappa_1(k_{z_1})} \right] \\ &= \kappa_2(u) \Phi_0(u) - \frac{1}{i(u - k_{z_1}) \kappa_1(k_{z_1})}. \end{aligned}$$

Le membre de gauche est régulier pour

$$\mathcal{J}(u) > -k_2$$

et le membre de droite pour

$$\mathcal{J}(u) < \mathcal{J}(\tau) \quad \text{ou} \quad \mathcal{J}(k_{z_1}),$$

d'où un domaine commun de régularité et la régularité par suite dans tout le plan u .

Chaque membre est une fonction entière $E(u)$, et en considérant les valeurs des deux membres pour $u \rightarrow \infty$, on voit que cette fonction entière est $\equiv 0$.

On a donc

$$\Phi_0(u) = \frac{1}{i(u - k_{z_1}) \kappa_2(u) \kappa_1(k_{z_1})};$$

$$\Phi_0(u) = O\left(\frac{1}{u}\right) \quad \text{lorsque} \quad \mathcal{J}(u) < \mathcal{J}(k_{z_1}) \quad \text{si} \quad u \rightarrow \infty,$$

donc

$$\varphi_0(z) = O(1) \quad \text{lorsque} \quad z \rightarrow +\infty.$$

De même

$$\Phi_1(u) = \frac{-\kappa_1(u)}{i(u - k_{z_1})} \left[\frac{1}{\kappa_1(k_{z_1})} - \frac{1}{\kappa_1(u)} \right].$$

On peut montrer que $\varphi(0, z)$ est continu pour $z = 0$. Comme

$$\kappa_1(u) = \frac{u + k_{z_2}}{u + k_{z_1}} \exp[f(u)],$$

$$\kappa_2(u) = \frac{u - k_{z_2}}{u - k_{z_1}} \exp[f(-u)],$$

On voit que $\Phi_0(u)$ a au dénominateur un terme en $u - k_{z_2}$ (onde transmise) et $\Phi_1(u)$ a au dénominateur un terme en $u + k_{z_1}$ (onde réfléchie).

Étude du champ. Paramètres caractéristiques de la discontinuité. — Appliquons à l'équation intégrale transformée le théorème de convolution. Il vient

$$\begin{aligned} \psi(z, x) &= \psi_0(z, x) + \frac{\zeta_2 - \zeta_1}{2\pi} \\ &\quad \times \int_C \frac{\exp[iuz - ix\sqrt{k_0^2 - u^2}] du}{\kappa_2(u) \kappa_1(k_{z_1}) (u - k_{z_1}) [\sqrt{k_0^2 - u^2} - i\zeta_1]}, \end{aligned}$$

C étant tracé dans la bande de régularité.

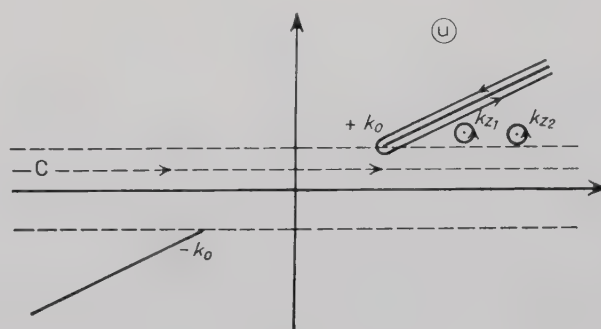


Fig. 27.

On remplacera (C) si $z > 0$ par le contour en traits pleins. Pour $u = k_{z_1}$. On obtient une onde $-\exp(ik_{z_1}z + \zeta_1 x)$ qui annule l'onde incidente et une onde transmise

$$\frac{i(\zeta_2 - \zeta_1) \exp(ik_{z_1}z - ix\sqrt{k_0^2 - k_{z_1}^2})}{\kappa_2(k_{z_1}) \kappa_1(k_{z_1}) i(\zeta_2 - \zeta_1) (k_{z_2} - k_{z_1})},$$

soit un coefficient de transmission

$$t = \frac{1}{(k_{z_2} - k_{z_1}) \kappa_1(k_{z_1}) \kappa_2(k_{z_1})}.$$

On déterminera de même le coefficient de réflexion en utilisant le contour de la figure 28.

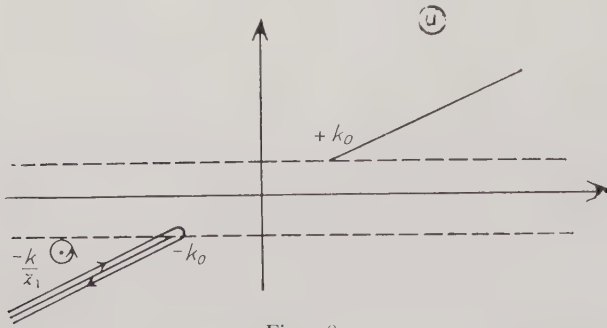


Fig. 28.

On obtient alors

$$\frac{i(\zeta_2 - \zeta_1) \exp(-ik_{z_1}z + \zeta_1 x)}{-K_2(-k_{z_1}) K_1(k_{z_1}) 2k_{z_1} \left(\frac{-k_{z_1}}{i\zeta_1} \right)}.$$

Soit

$$r = - \frac{\zeta_1(\zeta_2 - \zeta_1)}{2k_{z_1}^2 K_1(k_{z_1}) K_2(-k_{z_1})},$$

t et r sont en général des nombres complexes d'où un déphasage de l'onde transmise.

Autre manière d'exprimer $K_1(u)$ et $K_2(u)$. — En posant

$$t = k_0 \cos \varphi,$$

φ réel ou imaginaire. On obtient

$$\Psi(k_0 \cos \varphi) = - \frac{i\varphi}{2k_0 \sin \varphi}.$$

Si l'on écrit

$$\begin{aligned} \zeta_1 &= k_0 \operatorname{sh} \theta_1, & \zeta_2 &= k_0 \operatorname{sh} \theta_2; \\ k_{z_1} &= k_0 \operatorname{ch} \theta_1, & k_{z_2} &= k_0 \operatorname{ch} \theta_2. \end{aligned}$$

La fonction $f(u)$ qui apparaît dans l'expression de K_1 devient

$$f(u) = \frac{1}{\pi} \left[\int_a^0 \frac{\varphi \cos \varphi \operatorname{sh} \theta_1 - \theta_1 \operatorname{ch} \theta_1 \sin \varphi}{\cos^2 \varphi - \operatorname{ch}^2 \theta_1} d\varphi - \int_a^0 \frac{\varphi \cos \varphi \operatorname{sh} \theta_2 - \theta_2 \operatorname{ch} \theta_2 \sin \varphi}{\cos^2 \varphi - \operatorname{ch}^2 \theta_2} d\varphi \right]$$

définie à une constante multiplicative près.

Pour K_2 on remplacera $k_0 \cos \varphi$ par $-k_0 \cos \varphi$.

Diagramme de rayonnement. — Il reste à apprécier le champ de diffraction.

Il est nécessaire d'évaluer l'intégrale

$$\frac{\zeta_2 - \zeta_1}{2\pi} \int_C \frac{\exp[iu z - ix \sqrt{k_0^2 - u^2}] du}{K_2(u) K_1(k_{z_1}) (u - k_{z_1}) [\sqrt{k_0^2 - u^2 - i\zeta_1}]},$$

C étant un contour tracé dans la bande commune de régularité.

Posons

$$z = R \cos \theta, \quad x = -R \sin \theta,$$

avec

$$0 \leq \theta \leq \pi.$$

D'autre part transformons le plan des u dans le plan des τ par la transformation

$$u = k_0 \cos \tau, \quad \text{où } \tau = \zeta + i\eta \begin{cases} -\infty < \eta < +\infty, \\ 0 \leq \zeta \leq \pi. \end{cases}$$

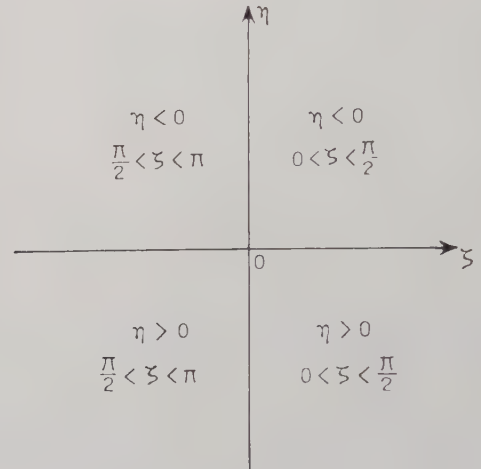


Fig. 29.

L'exponentielle devient

$$\begin{aligned} &\exp i k_0 R \cos(\tau - \theta) \\ &= \exp k_0 R [\sin(\zeta - \theta) \operatorname{sh} \eta + i \cos(\zeta - \theta) \operatorname{ch} \eta]. \end{aligned}$$

On obtient les cols en posant

$$\frac{d}{d\tau} \cos(\tau - \theta) = 0,$$

soit

$$(A) \quad \zeta = 0, \quad \eta = 0$$

ou

$$(B) \quad \zeta = \pi + \theta, \quad \eta = 0,$$

seul (A) se trouve dans le domaine de variation de θ .

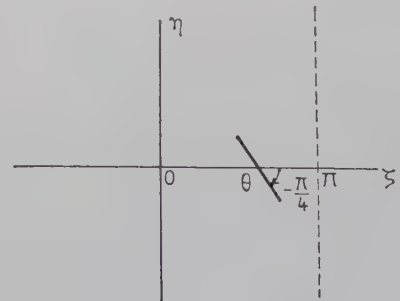


Fig. 30.

La ligne de plus grande pente [qui rend $\frac{i(t-\theta)^2}{2} f''(0)$ réel et < 0] coupe l'axe des ζ sous l'angle $-\frac{\pi}{4}$.

On obtient ainsi la valeur principale de l'intégrale qui correspond au diagramme de rayonnement

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi k_0 R}} \exp i \left(k_0 R - \frac{\pi}{4} \right) \times \frac{(\operatorname{sh} \theta_2 - \operatorname{sh} \theta_1) \sin \theta \exp[-f(-k_0 \cos \theta)]}{(\cos \theta - \operatorname{ch} \theta_2)(\cos \theta - i \operatorname{sh} \theta_1)}.$$

En conclusion nous avons pu déterminer :

a. des coefficients de transmission t et de réflexion r (en général des nombres complexes) pour une discontinuité de réactance de surface;

b. un terme de rayonnement dont on a donné l'expression de la partie principale.

Détermination explicite de $K_1(u)$ et $K_2(u)$ lorsque k_{z_1} et k_{z_2} sont voisins de k_0 . — Le terme que nous avons écrit ci-dessus dans $K_1(u)$ sous le symbole exposant est rappelons-le

$$f(u) = \frac{i\zeta_1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left[\frac{\Psi(t) - \Psi(k_{z_1})}{t - k_{z_1}} + \frac{\Psi(t) - \Psi(-k_{z_1})}{t + k_{z_1}} \right] dt - \frac{i\zeta_2}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left[\frac{\Psi(t) - \Psi(k_{z_2})}{t - k_{z_2}} + \frac{\Psi(t) - \Psi(-k_{z_2})}{t + k_{z_2}} \right] dt.$$

avec

$$\Psi(t) = \frac{1}{2\sqrt{t^2 - k_0^2}} \ln \frac{t + \sqrt{t^2 - k_0^2}}{k_0}.$$

Nous distinguerons deux intervalles pour $|u|$:

- a. $|u| > |k_0|$;
- b. $|u| < |k_0|$;

On sait que

$$\zeta_1 = k_0 \operatorname{sh} \theta_1, \quad \zeta_2 = k_0 \operatorname{sh} \theta_2; \\ k_{z_1} = k_0 \operatorname{ch} \theta_1, \quad k_{z_2} = k_0 \operatorname{ch} \theta_2, \quad \theta_1, \theta_2 \neq 0.$$

a. $|u| > |k_0|$. — On posera

$$t = k_0 \operatorname{ch} \gamma \quad \text{si } u \text{ est dans le demi-plan } u > 0, \\ t = -k_0 \operatorname{ch} \gamma \quad \text{si } u \text{ est dans le demi-plan } u < 0;$$

si $u > 0$:

$$\Psi(k_0 \operatorname{ch} \gamma) = \frac{\gamma}{2 \operatorname{sh} \gamma k_0};$$

si $u < 0$:

$$\Psi = -\frac{\gamma}{2 \operatorname{sh} \gamma k_0};$$

$$f(u) = \frac{i}{2\pi} \left\{ \int_0^\beta \left[\frac{\gamma \operatorname{sh} \theta_1 - \theta_1 \operatorname{sh} \gamma}{\operatorname{ch} \gamma - \operatorname{ch} \theta_1} + \frac{\gamma \operatorname{sh} \theta_1 + \theta_1 \operatorname{sh} \gamma}{\operatorname{ch} \gamma + \operatorname{ch} \theta_1} \right] d\gamma - \int_0^\beta \left[\frac{\gamma \operatorname{sh} \theta_2 - \theta_2 \operatorname{sh} \gamma}{\operatorname{ch} \gamma - \operatorname{ch} \theta_2} + \frac{\gamma \operatorname{sh} \theta_2 + \theta_2 \operatorname{sh} \gamma}{\operatorname{ch} \gamma + \operatorname{ch} \theta_2} \right] d\gamma \right\},$$

β étant supposé petit on se bornera au premier terme du développement limité de la fonction à intégrer, soit

$$f(k_0 \operatorname{ch} \beta) = + \frac{i}{2\pi} (\theta_1 - \theta_2) \frac{\beta^2}{3} \quad \text{si } u > 0, \\ f(-k_0 \operatorname{ch} \beta) = + \frac{i}{2\pi} (\theta_1 - \theta_2) \frac{\beta^2}{3} \quad \text{si } u < 0.$$

On obtient ainsi les expressions

$$K_1 = A \frac{\operatorname{ch} \beta + \operatorname{ch} \theta_2}{\operatorname{ch} \beta + \operatorname{ch} \theta_1} \exp \frac{i}{2\pi} (\theta_1 - \theta_2) \frac{\beta^2}{3}, \\ K_2 = B \frac{\operatorname{ch} \beta - \operatorname{ch} \theta_2}{\operatorname{ch} \beta - \operatorname{ch} \theta_1} \exp \frac{i}{2\pi} (\theta_1 - \theta_2) \frac{\beta^2}{3},$$

A et B étant tels que pour $\beta = 0$,

$$K_1 K_2 = \frac{\operatorname{sh} \theta_2}{\operatorname{sh} \theta_1}, \\ AB = \frac{\operatorname{sh} \theta_1}{\operatorname{sh} \theta_2}.$$

D'où la valeur du coefficient de transmission

$$t = \frac{\theta_2}{\theta_1} \exp - \frac{i}{3\pi} (\theta_1 - \theta_2) \frac{\theta_1^2 + \theta_2^2}{2},$$

avance de phase si $\theta_1 > \theta_2$.

b. pour $|u| < k_0$ on posera de même

$$t = \pm k_0 \cos \varphi.$$

Z_1 et Z_2 étant donnés, le déphasage au passage de la discontinuité change de signe suivant que l'on passe de Z_1 à Z_2 ou de Z_2 à Z_1 . Ce résultat n'est pas contraire au principe de réciprocité. Soit, en effet, entre un émetteur E et un récepteur R, une ligne de transmission formée de deux tronçons Z_1 et Z_2 (fig. 31). Le calcul précédent donne le déphasage

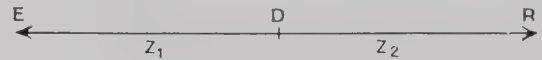


Fig. 31.

produit par la discontinuité D . Cependant, on ne sait rien *a priori* sur les déphasages en (Z_1, E) et (Z_2, R) .

Si, nous considérons maintenant la disposition

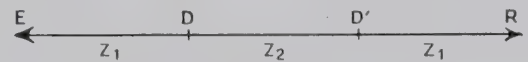


Fig. 32.

de la figure 32, les déphasages en E et R sont inconnus mais égaux et, dans ce cas, comme on a simultanément

ment (Z_1, Z_2) et (Z_2, Z_1) les déphasages dans les sens (E, R) et (R, E) sont bien égaux.

3. ÉTUDE EXPÉRIMENTALE DE LA PHASE LE LONG D'UNE LIGNE A CARACTÉRISTIQUES VARIABLES

3.1. Introduction.

Nous nous proposons d'appliquer à la réalisation d'antennes diélectriques les propriétés de transmission et de rayonnement dues à des discontinuités de réactance de surface.

On peut constituer des aériens linéaires à rayonnement longitudinal au moyen de réseaux de sources convenablement excitées en phase et en amplitude; cependant l'alimentation séparée de ces sources s'avère malaisée lorsque leur nombre augmente. La solution la plus commode consiste alors à localiser l'alimentation, l'excitation des diverses sources s'effectuant de proche en proche.

L'aérien comprendra ainsi, alimentée à une de ses extrémités, une ligne de transmission sur laquelle sont disposés des éléments rayonnants. On caractérise cette ligne par la vitesse de phase de l'onde qui s'y propage. Elle peut être $\geq c$, c vitesse de la lumière dans le vide.

De ce fait, on peut classer les aériens connus en trois groupes :

$v > c$, guides d'ondes à fente à rayonnement transversal;

$v = c$, coaxial à fente à rayonnement longitudinal;

$v < c$, cièrges diélectriques, antennes de type yagi.

Le nouvel aérien envisagé appartient au dernier groupe. Soit, en effet, un cylindre indéfini en diélectrique de permittivité $\varepsilon > 1$ sur lequel un mode se propage. Pour faire rayonner une telle ligne, il est nécessaire d'y créer des discontinuités : variation de section droite, de courbure, introduction d'obstacles diélectriques ou conducteurs ou encore discontinuités dans la constante diélectrique.

L'expérience vérifie bien qu'il apparaît sur la ligne des sources de rayonnement. On peut espérer de plus effectuer la synthèse de diagrammes de rayonnement variés suivant les amplitudes et phases respectives de ces sources.

Rappelons tout d'abord la détermination du diagramme de rayonnement d'une répartition linéaire.

Soient des sources de rayonnement réparties sur un axe zz' dans l'intervalle $(-L, +L)$ avec une

densité $f(z)$ (fig. 33), chaque source ayant un diagramme de rayonnement $h(\theta)$, θ désignant l'angle d'une direction quelconque avec zz' . Soit $\exp[-jk(z)z]$ le facteur de phase des sources élémentaires.

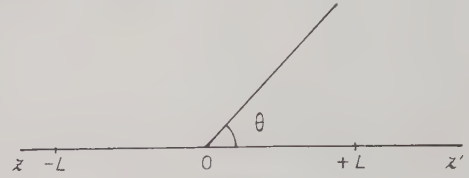


Fig. 33.

Le diagramme à l'infini du rayonnement de l'ensemble s'écrit

$$F(\theta) = h(\theta) \int_{-L}^{+L} f(z) e^{-jk(z)z} e^{-jk_0 z \cos \theta} dz,$$

où $k_0 = \frac{2\pi}{\lambda_0}$; λ_0 , longueur d'onde dans le vide.

Supposons $k(z) = ak_0$, posons $\frac{z}{L} = t$,

$$F(\theta) = L h(\theta) \int_{-1}^{+1} f(Lt) e^{-jk_0 L(a - \cos \theta)t} dt,$$

En posant $k_0 L(a - \cos \theta) = u$,

$$F(\theta) = L h(\theta) \int_{-1}^{+1} f(Lt) e^{-jut} dt.$$

Si maintenant $f(Lt) = A$ constant,

$$F(\theta) = -L h_1(u) A \frac{\sin u}{u}, \quad h_1(u) = h(\theta).$$

Si de plus le maximum de $h_1(u)$ se trouve dans l'axe zz' , F sera maximum dans l'axe si l'on peut prendre $u = 0$, soit

$$a = 1.$$

la vitesse de phase de l'onde excitant les sources de rayonnement doit être celle de la lumière dans le vide.

Nous avons représenté sur la figure 34 (extraite

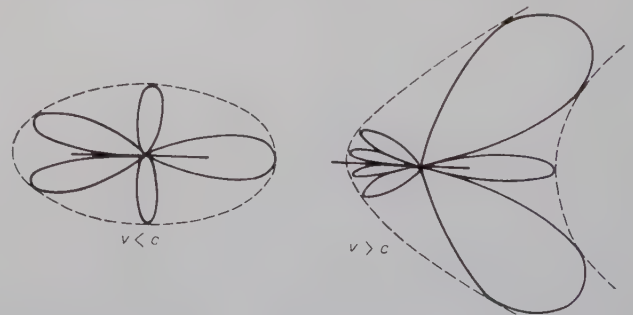


Fig. 34.

de [28]) l'allure des diagrammes de rayonnement pour $v > c$, $v < c$.

Dans le cas de $v < c$ en particulier, l'augmentation de L accroît le nombre des feuilles latérales au détriment du gain dans l'axe. Le nombre de feuilles est en effet égal au nombre de zéro de la fonction $\sin u$ lorsque u varie de $k_0 L(a-1)$ à $k_0 L(a+1)$ puis de là à $k_0 L(a-1)$ et le niveau de la feuille principale maxima varie comme $\frac{1}{u}$ (enveloppe de $\frac{\sin u}{u}$).

On obtient ainsi la relation de Hansen Woodyard avec

$$k_0 L(a-1) = \frac{\pi}{2} \quad \left(2^{\text{e}} \text{ max. de } \frac{\sin u}{u} \right).$$

Il convient de rappeler d'autre part que le gain des aériens linéaires où $v = c$ est proportionnel à $\frac{L}{\lambda_0}$ et la largeur de la feuille principale (à 3 dB)

inversement proportionnelle à $\sqrt{\frac{\lambda_0}{L}}$ [29].

3.2. Les lignes en diélectrique artificiel.

Un milieu diélectrique artificiel est un milieu constitué d'éléments métalliques dans lequel une onde plane se propage avec une vitesse de phase différente de celle qu'elle aurait dans le vide.

De tels milieux ont été considérés pour la première fois pour la construction de lentilles en hyperfréquence [30], [31] (où des milieux à trois dimensions sont utilisés). Les surfaces striées, ou les milieux constitués de bandes métalliques égales et équidistantes ont déjà été citées (milieux à deux dimensions).

Intéressons-nous maintenant à un milieu que l'on pourrait qualifier d'unidimensionnel. C'est une ligne de transmission analogue à une ligne de Goubau et dont nous pouvons définir une « réactance de surface ».

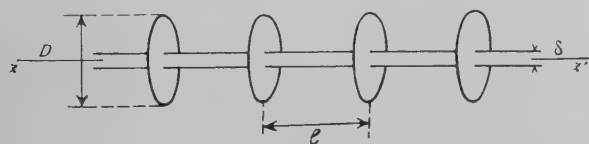


Fig. 35.

Cette ligne est constituée par des éléments métalliques égaux et équidistants supportés par une tige conductrice centrale.

Pour simplifier, ces éléments seront supposés être des disques de diamètre D écartés de la quantité l (fig. 35). La tige centrale a un diamètre δ . L'ensemble est de révolution autour de l'axe zz' .

Excitons une telle ligne par l'ouverture d'un guide d'ondes circulaire, lui-même parcouru par un mode H_{11} (une excitation coaxiale dans l'axe serait plus simple mais conduirait à un champ à symétrie axiale inutilisable pour un rayonnement longitudinal).

Le champ électromagnétique de la ligne, ainsi qu'on l'a vu plus haut, est le même que celui d'un câble diélectrique.

3.3. Mesure de la vitesse de phase.

Il est possible d'obtenir expérimentalement la vitesse de phase de l'onde se propageant le long de la ligne.

Pour effectuer cette mesure, une méthode d'opposition a pu être utilisée. A l'aide d'une sonde S, une portion d'énergie est prélevée au voisinage de la ligne en un point A (fig. 36).

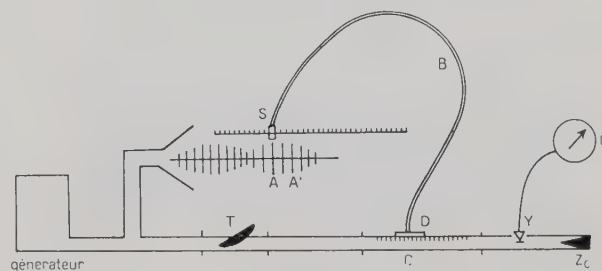


Fig. 36.

Transportée par câble coaxial B sur un banc de mesure C muni d'un chariot D, elle est opposée à une onde de référence de phase fixe. On déplace D de manière à obtenir un zéro sur le galvanomètre G relié au cristal détecteur Y.

Si maintenant la sonde est déplacée de A en A', pour rétablir le zéro sur G, il faut déplacer D d'une longueur Δl . Le déphasage $\Delta\Phi$ de l'onde entre A et A' est tel que

$$\Delta\Phi = k \Delta l \quad \text{avec } k \text{ constant.}$$

On n'obtient de zéro que si les amplitudes des ondes sont égales. On utilisera l'atténuateur T pour obtenir des amplitudes aussi voisines que possible.

On peut ainsi mesurer des variations de phase avec une précision de l'ordre de 1 %.

Résultats expérimentaux. — Soit λ_z la longueur d'onde de phase mesurée le long de la ligne.

A. Lorsque l/λ_0 est petit, $\lambda_z \ll \lambda_0$.

Pour les aériens considérés dans la suite, il convient

d'utiliser des $\lambda_z \neq \lambda_0$, ce qui nécessite l'utilisation de $\frac{l}{\lambda_0} > 0,1$.

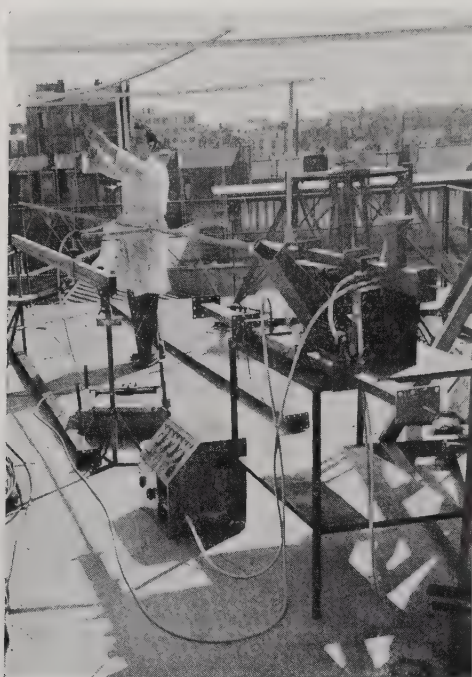


Fig. 37.

— Dans ces conditions, en première approximation, λ_z ne dépend que de $\frac{l}{\lambda_0}$ et $\frac{d}{\lambda_0}$ avec $d = D - \delta$.

La figure 38 représente les variations de λ_z en

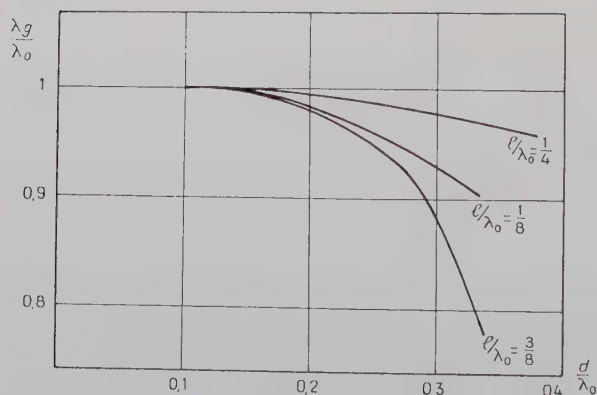


Fig. 38.

fonction de $\frac{d}{\lambda_0}$ pour trois valeurs du paramètre $\frac{l}{\lambda_0}$.

— Si $\frac{d}{\lambda_0}$ est petit, $\lambda_z \neq \lambda_0$ mais toujours $< \lambda_0$.

$\lambda_0 - \lambda_z$ passe par un minimum pour $\frac{l}{\lambda_0}$ voisin de $\frac{1}{4}$.

Si $\frac{d}{\lambda_0} > \frac{1}{2}$ la ligne ne transmet plus d'énergie. Si $\frac{d}{\lambda_0} > 1$ une nouvelle bande de transmission apparaît (conformément aux prévisions théoriques).

— Il est donc possible de faire varier les caractéristiques de la ligne soit en laissant $\frac{l}{\lambda_0}$ fixe et en faisant varier $\frac{d}{\lambda_0}$, soit inversement en laissant $\frac{d}{\lambda_0}$ fixe et en faisant varier $\frac{l}{\lambda_0}$.

Les deux solutions ont été utilisées pour la construction d'antennes rayonnant en bout d'après les principes exposés précédemment.

3.4. Rayonnement et variation de la vitesse de phase dans une antenne à rayonnement longitudinal.

Soit maintenant une ligne en diélectrique artificiel constituée d'un certain nombre de fuseaux mis bout à bout (fig. 39).



Fig. 39.

Chaque élément de longueur $2\lambda_0$ est constitué de disques circulaires écartés le $l = 0,17\lambda_0$ et tels que $\frac{d}{\lambda_0}$ varie de 0,13 à 0,30. Les résultats de mesure de la phase d'une onde qui se propage le long d'une telle structure, sont indiqués dans les figures 40 et 41,

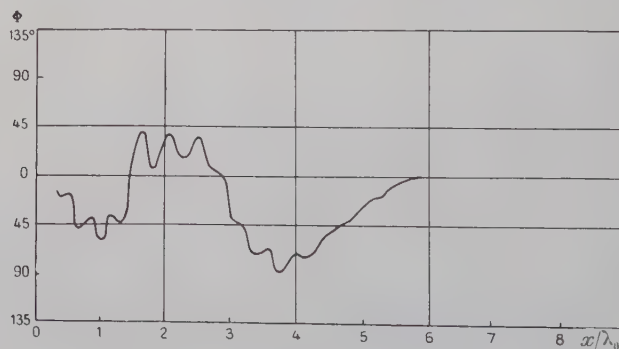


Fig. 40.

pour des lignes respectivement à deux et quatre éléments.

On lit en abscisses, le rapport x/λ_0 , et en ordonnées

l'écart Φ en degrés de la phase par rapport à une onde de référence dont la vitesse de phase est c .

Les ondulations de faible amplitude et de courte périodicité sont dues à des ondes stationnaires. Il reste à expliquer les variations brutales de la phase.

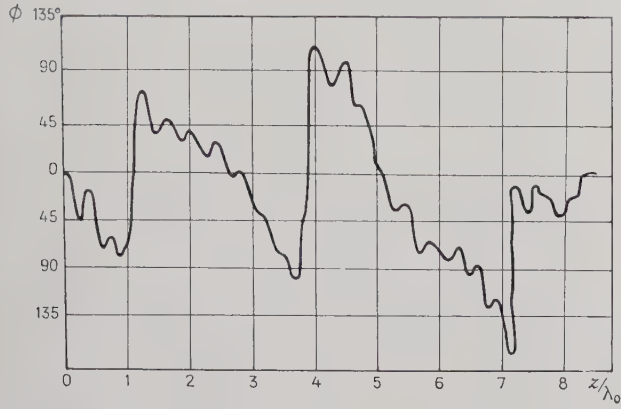


Fig. 41.

On peut songer tout d'abord à utiliser la théorie classique des milieux à indice de réfraction variable.

On connaît λ_z en fonction de $\frac{d}{\lambda_0} \left(\frac{l}{\lambda_0} \right)$ étant supposé constant). On peut supposer lorsque λ_z varie assez lentement que λ_z en un point est le même que pour la ligne « homogène » correspondante.

L'écart $\Delta\Phi$ de la phase autour de la valeur de

référence s'écrit

$$\Delta\Phi = 2\pi \int_0^z \left(\frac{1}{\lambda_0} - \frac{1}{\lambda_z} \right) dz.$$

Or,

a. les écarts de phase trouvés expérimentalement sont beaucoup plus importants que ceux donnés par la formule précédente;

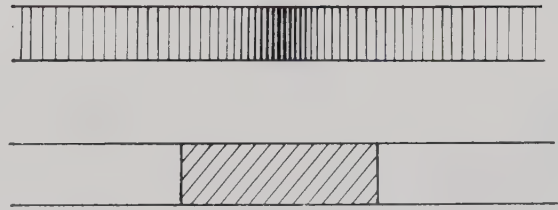
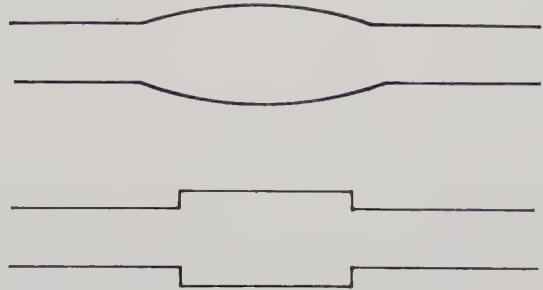


Fig. 42.

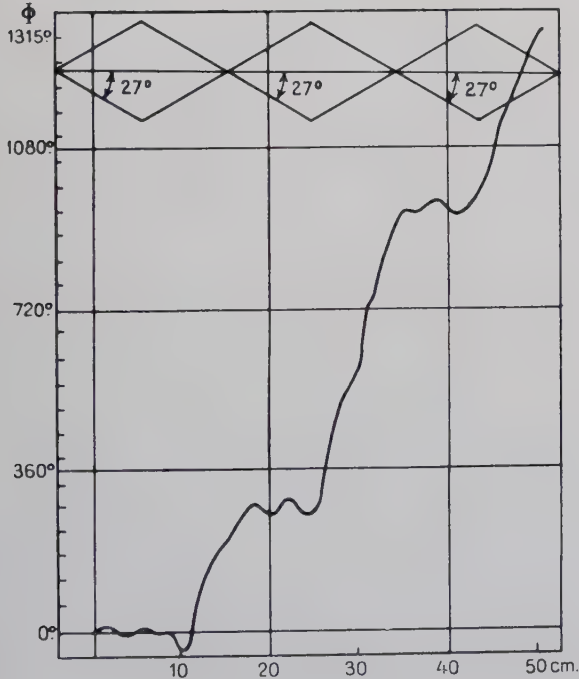
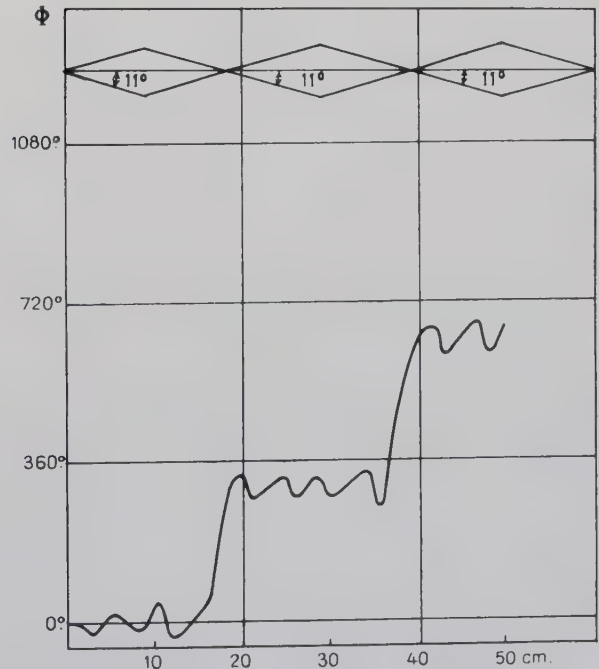


Fig. 43.



b. bien que $\lambda_z < \lambda_0$, $\Delta\Phi$ oscille autour d'une valeur nulle;

c. la mesure de la phase met en évidence des zones où $\frac{d\Delta\Phi}{dz}$ est grand et > 0 .

Tous ces faits s'expliquent facilement lorsqu'on assimile chaque fuseau à un obstacle diélectrique disposé sur une ligne diélectrique homogène d'indice de réfraction supérieur à 1 (fig. 42).

Le déphasage de l'onde observé serait alors celui provoqué par l'obstacle diélectrique considéré. Nous avons montré qu'un tel obstacle est « inductif », c'est-à-dire qu'il produit bien une avance de phase.

En fait, cette avance de phase, liée au rayonnement localisé permet de maintenir la valeur de la phase au voisinage de celle d'une onde plane dans le vide, et cela sur une longueur grande devant λ_0 .

C'est la raison pour laquelle il a été possible de réaliser des antennes longues à grande efficacité en nous affranchissant de restrictions type Hansen Woodyard.

En effet avec $\frac{\lambda_z}{\lambda_0} = 0,95$ on serait limité à $L = 10\lambda_0$ tandis qu'en faisant varier les paramètres caractéristiques de la ligne il a été possible d'atteindre $\frac{L}{\lambda_0} = 80$!

Cette théorie se transpose bien à l'étude des

antennes losange. Chaque losange peut être considéré comme un obstacle sur une ligne bifilaire. On constate en effet un déphasage avant très net dans les « convergents » des losanges (fig. 43 et 44).

La vitesse de phase moyenne de l'onde le long d'une suite de losanges mis bout à bout permet (cf. spectre angulaire) de déterminer la direction du lobe principal du diagramme de rayonnement des losanges. C'est ce que vérifie bien l'expérience.

3.5. Résultats obtenus.

Des maquettes fonctionnant sur 3 000 Mc/s, réalisées expérimentalement pour obtenir un gain maximum dans l'axe ont permis d'obtenir des performances résumées dans le tableau ci-dessous.

	Longueur de l'antenne en longueur d'onde			
	4.	6.	20.	80.
Gain G en décibels par rapport au rayonnement isotrope.....	16	17,5	22	28
Largeur θ_0 du lobe central à mi-puissance en degrés.....	27	23	10	7
Niveau en décibels des premières feuilles latérales.....	12	12	15	17
Rayonnement arrière.....	Pour tous les cas : inférieur à 30 dB			

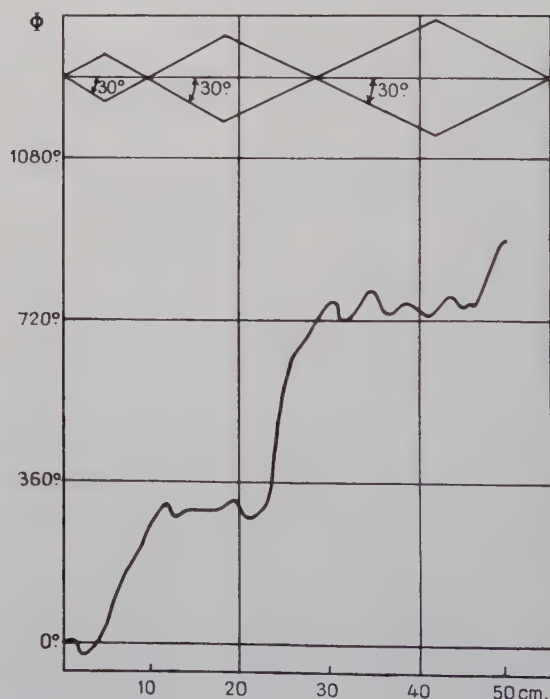
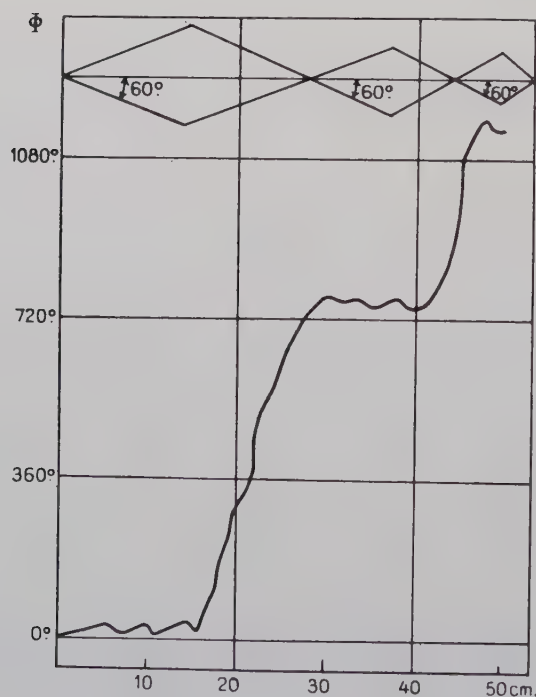


Fig. 44.

La figure 45 représente la loi de variation du gain en fonction de $\frac{L}{\lambda_0}$. On peut considérer que pour $\frac{L}{\lambda_0} > 1$ on a un gain en décibels,

$$G = A + G',$$

G' est la contribution de l'aérien proprement dit, A celle de l'excitation.

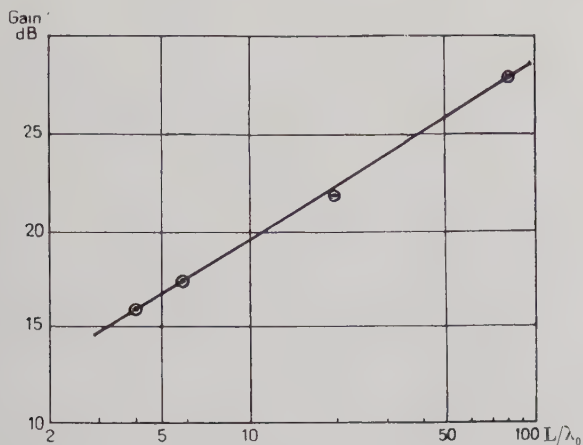


Fig. 45.

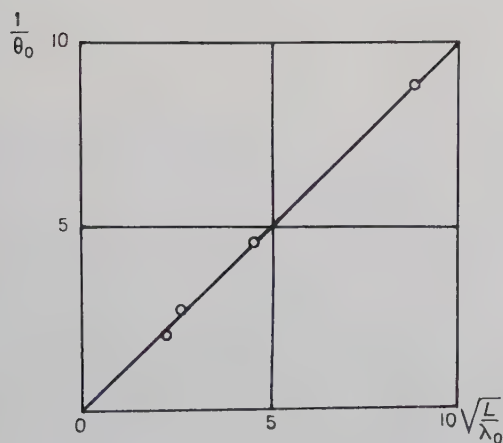


Fig. 46.

Pour les aériens décrits dans le tableau ci-dessus, on peut prendre

$$A = 7 \text{ dB}, \quad G' = 3 + 10 \text{ Log}_{10} \frac{L}{\lambda_0}.$$

La figure 46 représente la variation de $\frac{1}{\theta_0}$ (θ_0 , largeur de la feuille principale à 3 dB, c'est-à-dire le « pouvoir séparateur » d'un aérien) en fonction de $\left(\sqrt{\frac{L}{\lambda_0}}\right)$. On a avec une excellente précision

$$\frac{1}{\theta_0 \text{ (rad)}} = \sqrt{\frac{L}{\lambda_0}}.$$

Sur la figure 47 sont représentés les diagrammes de rayonnement d'aériens du type précédent pour des longueurs de $4\lambda_0(a)$, $20\lambda_0(b)$ et $80\lambda_0(c)$.

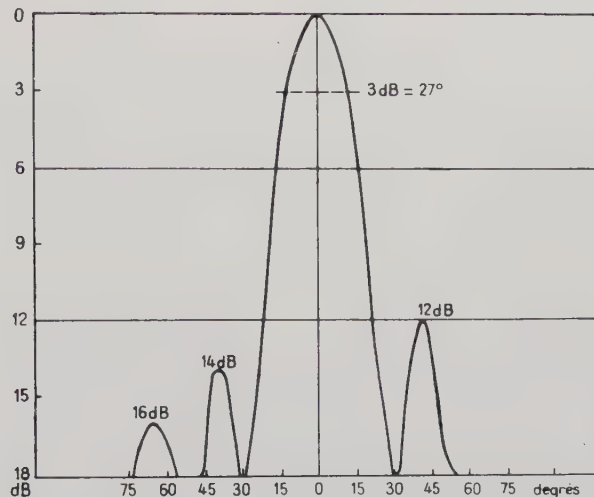


Fig. 47 a.

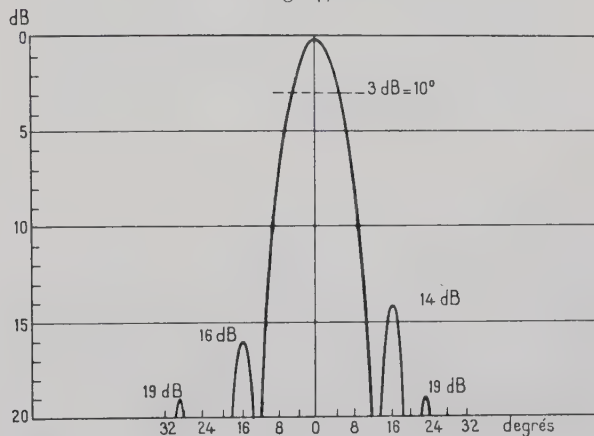


Fig. 47 b.

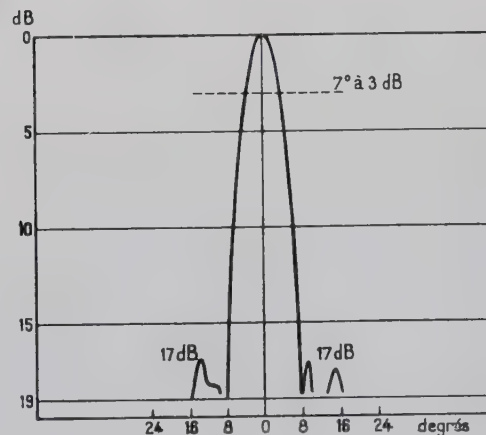


Fig. 47 c.

Toutes ces figures mettent en évidence le faible niveau des feuilles latérales.

Toutes ces antennes sont excitées par un élément de guide cylindrique fonctionnant suivant un mode H_{11} .

4. RÉALISATIONS PRATIQUES.

L'étude précédente a montré que les antennes formées de lignes à rayonnement longitudinal permettent d'obtenir à l'instar des aériens de type optique (paraboloïdes, lentilles), des pinceaux fins et des gains élevés.

Si dans le domaine des hyperfréquences, la structure « diélectrique artificiel » est parfaitement adaptée à la construction pratique, dans le domaine des ondes métriques, les avantages sont encore plus nets (faible prise au vent, supports légers, construction économique).

A titre d'exemple, pour obtenir avec $\lambda_0 = 170$ cm un gain de 23 dB il est nécessaire d'utiliser un paraboloïde de 50 m², alors qu'une ligne de 42 m suffit.

A cette date, la Compagnie Générale de T. S. F. a procédé à la mise en service d'un certain nombre d'aériens en diélectrique artificiel.

4.1. Aérien « semelle ».

Utilisé à Cassel (mai 1953) pour fonctionner sur une longueur d'onde voisine de 7 m. La maquette a été étudiée et mise au point avec $\lambda_0 = 9$ cm soit une échelle de 1/70^e environ. Un schéma de cet aérien est représenté sur la figure 48.

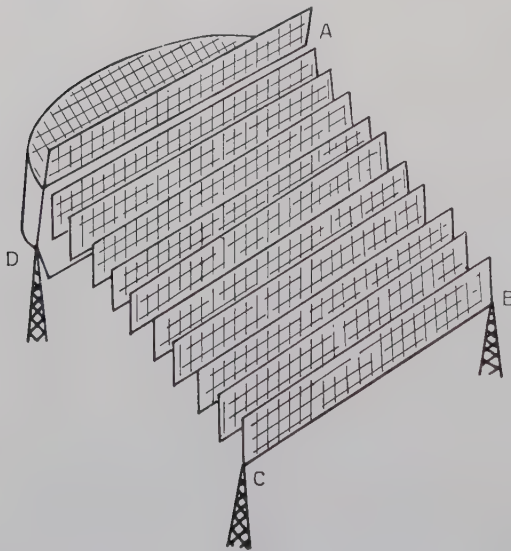


Fig. 48.

Il s'agit d'une antenne à onde progressive, comportant deux parties principales :

— 21 plaques identiques, parallèles, dont l'espacement varie ($\frac{l}{\lambda_0}$ variable).

— L'excitation : portion de cylindre parabolique dont l'ouverture rayonnante a des dimensions légèrement supérieures à celles des plaques.

Sur l'axe focal du cylindre se trouve une tige métallique prolongeant le conducteur central du coaxial reliant l'aérien au récepteur. Les volets inclinés améliorent l'adaptation de l'aérien et assurent l'excitation correcte des plaques.

L'aérien fonctionne en polarisation verticale. AB et CD ont des longueurs voisines de 20 m ($3\lambda_0$). Les plaques ont environ $\frac{\lambda_0}{4}$ de hauteur et sont reliées mécaniquement entre elles suivant AB et CD.

Caractéristiques :

Gain : 19 dB.

Ouverture du lobe à 3 dB : 27° dans le plan du champ électrique ; 15° dans le plan du champ magnétique.

Bande passante : 15 %.

La figure 49 donne une vue générale de l'ensemble. Les panneaux métalliques sont constitués de forte

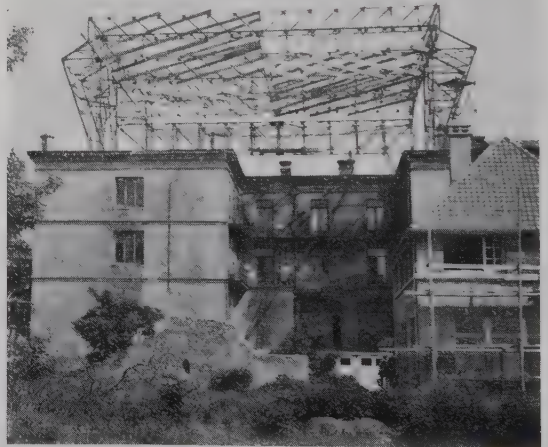


Fig. 49.

charpente recouverte de grillage à mailles petites devant λ_0 . Des poutres en bois maintiennent les écartements désirés.

4.2. Aériens « Cigares ».

Installés à Fontaine Raoul (avril 1954). Longueur d'onde de fonctionnement : 167 cm. Maquette mise au point sur 9 cm. L'aérien comprend deux parties :

— L'excitation : Elle comporte un tronçon de guide cylindrique, dont la surface latérale et l'une des bases sont constituées de grillage (métal déployé). Un coaxial pénètre par la surface latérale perpendiculairement à l'axe du cylindre. L'âme centrale se prolonge à l'intérieur par une petite antenne filiforme, tandis que le conducteur extérieur se raccorde à un réflecteur légèrement incurvé. On obtient ainsi un mode H_{11} dont le champ électrique est perpendiculaire à ce réflecteur.

— Un tube métallique supportant 73 disques se trouve dans le prolongement de l'axe du cylindre d'excitation, du côté de l'ouverture rayonnante.

On a fait varier $\frac{l}{\lambda_0}$. L'écartement moyen est $\frac{\lambda_0}{3}$. Le diamètre des disques décroît uniformément de l'excitation à l'extrémité de $\frac{\lambda_0}{3}$ à $\frac{\lambda_0}{4}$. La longueur totale est 42 m ($25 \lambda_0$). Chaque disque est une



Fig. 50.

plaque circulaire en duralumin. L'ensemble est supporté à une hauteur de 8 m à l'aide de poteaux de bois.

Gain : 22 dB.

Ouverture des lobes à 3 dB : 10° dans les deux plans.

On a également installé une antenne de 7 à 8 m de longueur (15 dB) montée sur deux poteaux en bois.

Les taux d'ondes stationnaires restent $< 1,15$ dans une bande de 10 % de la fréquence d'utilisation.

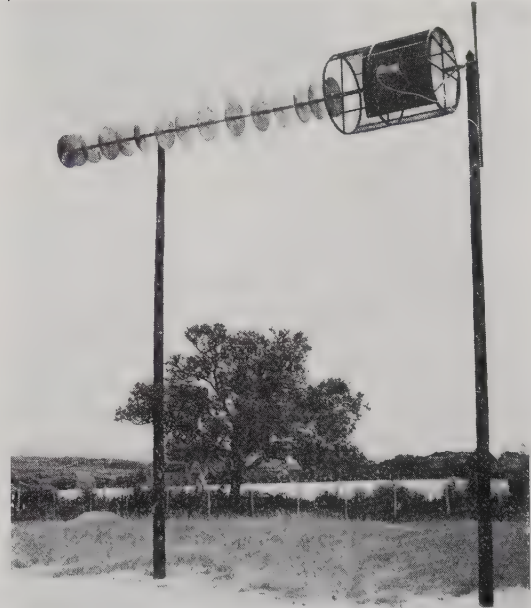


Fig. 51.

CONCLUSION.

L'étude précédente a montré la possibilité de réaliser des antennes à onde captive de très grande longueur en disposant sur une ligne de Goubau des obstacles judicieusement répartis. Nous avons donné une solution mathématique complète de la perturbation apportée à l'onde captive par l'obstacle le plus simple : discontinuité de la permittivité (donc de la vitesse de phase) le long d'une antenne plate, et mis en évidence certaines particularités de la vitesse de phase dans des structures « convergentes ». Si cette étude s'est limitée à des antennes à rayonnement longitudinal, il semble d'ores et déjà possible de songer à des « antennes filtres » à obstacles multiples convenablement répartis permettant de réaliser la synthèse de diagrammes complexes grâce à une répartition judicieuse de l'amplitude et de la phase le long de l'aérien.

L'auteur adresse ses plus vifs remerciements à M. Ponte, Président Directeur Général de C.S.F.R., qui a permis la réalisation de cette étude.

Il remercie tout particulièrement M. H. Gutton, Chef du Département de Recherches Générales de C. S. F. pour le constant intérêt qu'il a porté à cette thèse.

Que M. J. C. Simon, qui a été durant deux années l'inspirateur et le guide de ces études, trouve ici l'expression de la gratitude de l'auteur.

De plus, ce dernier ne saurait oublier dans ses

remerciements MM. Biggi, Broussaud et Robieux, Ingénieurs C. S. F., de l'aide qu'ils lui ont apportée par leurs avis éclairés dans de fructueuses discussions.

Enfin, l'auteur tient à exprimer sa reconnaissance à M. le Professeur L. de Broglie pour le bienveillant intérêt qu'il a témoigné à cette étude et les précieuses remarques qu'il a bien voulu y apporter.

BIBLIOGRAPHIE.

Les quatre premiers ouvrages sont des livres de référence qu'il aurait fallu citer tout au long du texte. Viennent ensuite les ouvrages cités dans l'article avec les numéros correspondants.

A. L. DE BROGLIE, *Problèmes de propagation guidés des ondes électromagnétiques*, Gauthier-Villars, Paris.
B. STRATTON, *Electromagnetic theory*, Mac Graw-Hill Book Co.

C. A. SOMMERFELD, *Electrodynamics*, Academic Press.
D. SCHELKUNOFF, *Electromagnetic waves*, D. van Nostrand Co, New-York, 1943.

- [1] A. SOMMERFELD, *Über die Fortpflanzung elektrodynamischer Wellen längs eines Drahtes* (Ann. Physik Chem., t. 67, 1899, p. 233).
- [2] D. HONDROS, *Über die elektromagnetische Drahtwellen* (Ann. Physik, t. 30, 1909, p. 905).
- [3] G. GOUBAU, *Surface waves and their application to transmission lines* (J. A. P., t. 21, 1950, p. 1119).
- [4] H. M. BARLOW et A. L. CULLEN, *Surface waves* (P. I. E. E., novembre 1953, p. 329).
- [5] J. BROWN, *The types of wave which may exist near a guiding surface* (P. I. E. E., t. 100, III, n° 68, novembre 1953, p. 363).
- [6] C. T. TAI, *Effect of grounded slab on radiation from line source* (J. A. P., t. 22, 1951, p. 405).
- [7] P. J. M. CLAVIER, *Interprétation physique de l'onde de surface dans une ligne recouverte de diélectrique* (Câbles et Transmissions, janvier 1953, p. 34).
- [8] M. BOUX, *Contribution à l'étude des antennes diélectriques* (Thèse) (Annales des Télécommunications, mai et juin 1952).
- [9] J. R. PIERCE, *Traveling wave tubes*, D. van Nostrand Co Inc., New-York, 1950.
- [10] L. BRILLOUIN, *Wave guides for slow waves* (J. A. P., novembre 1948, p. 1023).
- [11] W. WALKINSHAW, *Notes on Wave guides for slow waves* (J. A. P., juin 1949, p. 634).
- [12] RAYLEIGH, *On the dynamical theory of gratings* (Proc. Lond. Roy. Soc., A 79, 1907, p. 399).

- [13] VOIGT, *Beiträge zu Lord Rayleigh's theorie der Gitterbeugung* (Gött. Nachr. Math. Phys., K 1, 1911, p. 40).
- [14] U. FANO, *Zur Theorie der Intensitätsanomalien der Beugung* (Ann. Physik, t. 32, 1938, p. 393).
- [15] K. ARTMAN, *Zur theorie der anomalen Reflexion von optischen Strichgittern*.
- [16] W. TWERSKY, *Multiple scattering theory* (J. A. P., t. 23, 10 octobre 1952, p. 1099).
- [17] R. S. ELLIOTT, *On the theory of corrugated plane surfaces* (T. I. R. E., A. P. 2 avril 1954).
- [18] H. G. BOOKER et P. C. CLEMMOW, *The concept of angular spectrum of plane waves* (J. I. E. E., III, t. 45, janvier 1950, p. 11).
- [19] N. M. KROLL et W. E. LAMB, *Rising sun magnetron* (J. A. P., t. 19, 2 février 1948).
- [20] J. C. SIMON et G. WEILL, *Sur la propagation et le rayonnement des ondes électromagnétiques le long d'une ligne diélectrique à caractéristiques variables* (C. R. Acad. Sc., t. 238, 1953, p. 57).
- [21] M. VON LAUE, *Theory of Superconductivity*, Acad. Press. Inc. New-York, 1952.
- [22] L. BRILLOUIN, *The B. W. K. Approximation* (Quart. App. Math., t. 6, 1948, p. 167 et t. 7, 1950, p. 4).
- [23] S. A. SCHELKUNOFF, *Electromagnetic waves*, chap. 12, D. van Nostrand et Co, 1953.
- [24] M. A. LEONTOVITCH, *On a method of solving the problem of electromagnetic waves near the surface of the earth* (Bull. Acad. Sc. U. R. S. S., série Phys., t. 8, 1944, p. 16-22).
- [25] E. FEINBERG, *On the propagation of radio waves along an imperfect surface* (J. Phys. U. R. S. S., t. 8, 1944, p. 317-330; t. 9, 1945, p. 1-6; t. 10, 1946, p. 410-418).
- [26] G. HUFFORD, *On the propagation of horizontally polarised waves over irregular terrains*, Master's thesis University of Washington, 1948; *An integral equation approach to the problem of wave propagation over an irregular surface* (Quart. App. Math., t. 9, 1952, p. 4).

- [27] A. E. HEINES et H. FESHBACH, *On the coupling of two half-planes* (*Proceedings of the 5th Symposium in applied Mathematics*, 1952, Mc Graw-Hill Book Co, 1954).
- [28] H. EHRENSPECK, W. GERBES et F. ZUCKER, *Trapped wave antenna* (*Convention Record of the I. R. E.*, Part I, 1954).
- [29] J. C. SIMON et G. WEILL, *Un nouveau type d'aérien à rayonnement longitudinal* (*Annales de Radioélectricité*, juin 1953).
- [30] C. SUSSKIND, *Obstacle type artificial dielectrics for microwaves* (*J. B. I. R. E.*, t. 12, 1^{er} janvier 1952).
- [31] J. C. SIMON, *Thèse* (*Annales de Radioélectricité*, juillet 1952).
- [32] G. BROUSSAUD, *Étude de la diffraction des ondes électromagnétiques par un réseau de plaques percées de trous* (*Annales de Radioélectricité*, janvier 1954).
- [33] J. C. SIMON et V. BIGGI, *Un nouveau type d'aérien et son application à la télévision à grande distance* (*Onde électrique*, novembre 1954).
-

DEUXIÈME THÈSE

PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ

Ondes décimillimétriques (100 - 1000 μ) — Procédés d'émission

Vu et approuvé :

Paris, le 24 mars 1955.

LE DOYEN DE LA FACULTÉ DES SCIENCES,

J. PÉRÈS.

Vu et permis d'imprimer :

POUR LE RECTEUR DE L'ACADÉMIE DE PARIS,

LE VICE-PRÉSIDENT DU CONSEIL DE L'UNIVERSITÉ

J. HYPPOLITE.

148051 Paris. — Imp. GAUTHIER-VILLARS, 55, quai des Grands-Augustins.

Dépôt légal *imprimeur*, 1955, n° 1038.

PARIS. — IMPRIMERIE GAUTHIER-VILLARS

148051 Quai des Grands-Augustins, 55.
